



Proyecto de Trabajo Final

Creación de un MOOC, como estrategia didáctica para la enseñanza en las identidades trigonométricas pitagóricas, con estudiantes del grado Décimo, en la institución educativa Liceo

Quindío de Salento

Presentado por:

Lic. JULIÁN ANDRÉS HERRERA MAYORGA
C.C. 93414547

Director:

PhD(c) JOSÉ FRANCISCO AMADOR MONTAÑO

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

Facultad de Ciencias Básicas

Universidad Tecnológica de Pereira

Sede Pereira

Febrero de 2019

Resumen

Este proyecto de investigación se centra en el estudio del impacto generado en la didáctica de la enseñanza de las identidades trigonométricas al utilizar un MOOC en un ambiente de aprendizaje virtual con estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Liceo Quindío de Salento, por lo tanto, se centra en las competencias que el docente pueda generar al enfrentarse a la creación de herramientas virtuales, así como su adaptabilidad a las nuevas formas de enseñar y de cómo se puede comunicar con los educandos.

La construcción de estas herramientas se debe basar en modelos pedagógicos o en teorías de aprendizaje, para este caso se utilizó el modelo Socioconstructivista y las teorías de Aprendizaje colaborativo, basado en problemas y autónomo, y al mismo tiempo, se utilizó la teoría de aprendizaje propuesta por van Hiele.

Palabras clave: ().

MOOC, Socioconstructivismo, Van Hiele

TABLA DE CONTENIDO

1	DESCRIPCION DEL PROYECTO	8
1.1	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	8
1.2	OBJETIVOS.....	8
1.2.1	<i>Objetivo general.....</i>	<i>8</i>
1.2.2	<i>Objetivos específicos</i>	<i>8</i>
1.3	JUSTIFICACIÓN.....	9
1.4	ESTADO DEL ARTE	11
2	MARCO TEORICO	13
2.1	ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA	13
2.1.1	<i>Constructivismo Social o Socio-constructivismo</i>	<i>14</i>
2.1.2	<i>Características del Constructivismo Social</i>	<i>14</i>
2.1.2.1	<i>La mediación de los procesos en el Constructivismo.....</i>	<i>16</i>
2.1.2.1.1	Procesos interpsicológicos:.....	17
2.1.2.1.2	Procesos intrapsicológicos:.....	17
2.1.2.1.3	Zona Real (ZR):.....	18
2.1.2.1.4	Zona Potencial (ZP):.....	18
2.1.2.1.5	Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):	18
2.2	TEORÍAS DE APRENDIZAJE.....	19
2.2.1	<i>Aprendizaje Colaborativo</i>	<i>19</i>
2.2.1.1	<i>Aprendizaje colaborativo en entornos virtuales: un modelo de diseño instruccional para la formación profesional continua</i>	<i>20</i>
2.2.1.2	<i>Las posibilidades del aprendizaje colaborativo en entornos virtuales</i>	<i>21</i>
2.2.1.3	<i>Principios educativos del aprendizaje colaborativo virtual desde la perspectiva socio-constructivista</i>	<i>26</i>
2.2.2	<i>Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).....</i>	<i>28</i>

2.2.2.1	<i>¿Qué es ABP?</i>	28
2.2.2.2	<i>Características del ABP</i>	30
2.2.2.3	<i>Desarrollo del proceso de ABP (alumnos)</i>	30
2.2.2.4	<i>Rol del profesor y el papel de los alumnos</i>	32
2.2.2.5	<i>Evaluación del ABP</i>	33
2.2.3	<i>El aprendizaje autónomo</i>	34
2.2.3.1	<i>¿Qué queremos decir con aprendizaje autónomo?</i>	34
2.2.3.2	<i>Aprendizaje estratégico y autonomía</i>	37
2.2.3.3	<i>Dimensiones del aprendizaje autónomo</i>	40
2.2.3.4	<i>El papel de las TICS en el aprendizaje autónomo</i>	41
2.2.3.5	<i>Aprendizaje autónomo e integración curricular como una propuesta</i>	43
2.2.3.6	<i>Propuesta de estadios para el aprendizaje autónomo, dimensiones y estrategias en un currículo para la secundaria rural a distancia</i>	44
2.2.3.6.1	<i>Estadio inicial de autonomía</i>	44
2.2.3.6.2	<i>Estadio intermedio de la autonomía</i>	46
2.2.3.6.3	<i>Estadio consolidado de autonomía</i>	46
2.3	<i>MODELO DE VAN HIELE</i>	47
2.3.1	<i>Los niveles de Van Hiele</i>	49
2.3.1.1	<i>Nivel 1 (de Reconocimiento Visual o Visualización)</i>	50
2.3.1.2	<i>Nivel 2 (de Análisis o Descripción)</i>	50
2.3.1.3	<i>Nivel 3 (de Clasificación y Relación o Teórico)</i>	51
2.3.1.4	<i>Nivel 4 (de Deducción Formal o Lógica Formal)</i>	51
2.3.1.5	<i>Nivel 5 (de Rigor)</i>	51
2.3.2	<i>Fases de aprendizaje del modelo Van Hiele</i>	52
2.3.2.1	<i>Fase Primera:</i>	53
2.3.2.2	<i>Fase Segunda:</i>	53

2.3.2.3	Fase Tercera:.....	53
2.3.2.4	Fase Cuarta:	54
2.3.2.5	Fase Quinta:	54
2.4	EL USO DE LAS TICS EN EL APOYO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS	55
2.5	MOOCS	58
2.5.1	<i>Definición de MOOC</i>	58
2.6	CATEGORÍA DE LA BASE DE CONOCIMIENTO	59
2.7	MODELO TPACK	61
2.8	EL KNOWLEDGE QUARTET	62
2.9	LA TRIGONOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN MEDIA	63
2.9.1	<i>La enseñanza de la trigonometría en la secundaria: tendencias.</i>	64
2.9.2	<i>Identidades trigonométricas</i>	65
2.9.3	<i>Identidades trigonométricas pitagóricas</i>	66
3	METODOLOGÍA.....	68
3.1	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN CUALITATIVA	70
3.2	CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN	71
3.3	INSTRUMENTOS UTILIZADOS EN LA INVESTIGACIÓN	72
3.3.1	<i>Observación directa</i>	72
3.3.2	<i>Registros en video.</i>	72
3.3.2.1	<i>Fase analítica.</i>	73
3.3.2.2	<i>Fase informativa.</i>	73
3.4	DISEÑO DEL MODELO PEDAGÓGICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS PITAGÓRICAS.....	73
3.5	SECUENCIA DIDÁCTICA	75
4	ANÁLISIS E INTERPRETACIONES	81
5	CONCLUSIONES	82

6	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	88
	ANEXO A: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES (ANTES).....	100
	ANEXO B: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES (EN).....	115
	ANEXO C: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES (DESPUÉS)	133

Lista de tablas

<i>Tabla 1</i>	24
<i>Tabla 2</i>	33
<i>Tabla 3:</i>	45
<i>Tabla 4</i>	46
<i>Tabla 5</i>	47
<i>Tabla 6</i>	74
<i>Tabla 7:</i>	76

Lista de figuras

<i>Ilustración 1: Desarrollo del proceso de ABP según Morales y Landa (2004).</i>	31
<i>Ilustración 2: Acciones principales de las fases propuestas por Morales y Landa en el proceso de ABP.</i>	32
<i>Ilustración 3: Los niveles de razonamiento según el modelo Van Hiele (1986), interpretados por Gutiérrez & Jaime (1996).</i>	52
<i>Ilustración 4: Fases del aprendizaje del modelo van Hiele (1986).</i>	55
<i>Ilustración 5: MOOC y sus siglas en inglés con su respectivo significado.</i>	59
<i>Ilustración 6: Circunferencia goniométrica y razones.</i>	66
<i>Ilustración 7: Dibujo de la identidad</i>	68

Introducción

Este macroproyecto de investigación busca determinar los aportes didácticos de los MOOC (Cursos Abiertos Masivos en Línea) en la enseñanza de las matemáticas con estudiantes de secundaria en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos para la enseñanza y aprendizaje al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

Para tales efectos, cada coinvestigador determinará un tema de clase del área de matemáticas donde los docentes hayan encontrado dificultades para orientar la clase, con objetivo de lograr las competencias correspondientes. Partiendo de este análisis previo, se dará lugar a la creación de un MOOC para el apoyo de cada clase de matemáticas, desde un enfoque Socioconstructivista al tenor de los aprendizajes autónomo, basado en problemas y colaborativo.

Una vez creado el MOOC, se utilizará con sus estudiantes y se valorará su uso y pertinencia en la enseñanza de la matemática, así como los resultados de aprendizaje en los estudiantes. Se espera que este ejercicio de investigación teórico-práctica, permita el alcance del objetivo principal de la misma, el cual se centra en el manejo de las identidades trigonométricas pitagóricas en estudiantes de grado 10°, evaluando a su vez, el impacto generado en la población estudiantil y sus posibles repercusiones en la vida universitaria de los futuros egresados de la institución educativa Liceo Quindío (Salento, Quindío).

1 DESCRIPCION DEL PROYECTO

1.1 Pregunta de investigación

¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de MOOC en la enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas para estudiantes de grado 10° de la institución educativa Liceo Quindío de Salento, en lo referente a uso y creación de material, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Determinar los aportes didácticos que ofrece el uso de MOOC para la enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas en estudiantes de grado 10° del Liceo Quindío de Salento, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

1.2.2 Objetivos específicos

Diseñar un modelo pedagógico para la enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas con estudiantes de grado 10° del Liceo Quindío de Salento, en el aula de clase.

Crear un MOOC para apoyar el proceso de enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas con estudiantes de grado 10° del Liceo Quindío de Salento.

Crear una unidad didáctica con uso del MOOC y aplicar en clase para valorar sus aportes didácticos.

1.3 Justificación

Actualmente muchas instituciones educativas tanto privadas como públicas del país concentran todo su interés en la preparación de sus estudiantes para las pruebas de estado SABER 11, esto hace que las evaluaciones de todas las áreas se diseñen por competencias, sumado a esto, se encuentra la gran oferta de cursos preparatorios (PreIcfes) y espacios donde se realizan y simulan dichas pruebas, como un entrenamiento para la prueba real. Lo anterior, busca mejorar los desempeños en los estudiantes y aumentar los índices sintéticos de calidad de las instituciones en lo relacionado con estas pruebas.

Partiendo desde este panorama, cabe puntualizar que la institución educativa Liceo Quindío no es ajena a esta realidad, y es por esta razón que muchos de sus estudiantes cuando ingresan a la educación superior, se ven enfrentados a asignaturas como: Precálculo, Cálculo diferencial, Álgebra lineal, Geometría analítica, entre otras; observan que su desempeño en este tipo de asignaturas no es satisfactorio, lo que genera en ellos frustración y que en muchos casos opten por abandonar sus estudios.

Muchos de los estudiantes del Liceo Quindío que llegan a la universidad, expresan existe una falta de rigor matemático en su educación Media técnica, por ello, es necesario incluir en estos niveles de educación temas que no solo aporten al desarrollo de las competencias para el cumplimiento de los estándares y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), planteados por el

Ministerio de Educación Nacional, sino que a su vez, permita fortalecer dichos fundamentos matemáticos que serán de gran ayuda en los primeros semestres de Educación superior.

El fortalecimiento del formalismo matemático en el aula de la Media técnica y educación básica, ayudará a que nuestros estudiantes, al ingresar a la Educación superior, tengan las herramientas necesarias para realizar con éxito un curso de cálculo diferencial o de geometría analítica, sin mayores contratiempos, esto debido a que las identidades trigonométricas permiten transformar expresiones trigonométricas en otras equivalentes, las cuales pueden facilitar el calculo de límites, derivaras e integrales, que se utilizan en la solución de problemas de aplicación de la física, la estadística, la ingeniería entre otras áreas del conocimiento; dejando a un lado la evidente desventaja frente a estudiantes que vienen del sector privado, por esto es de vital importancia que se generen estrategias didácticas que permita que los estudiantes se fortalezcan en el conocimiento formal de la matemática.

En la Media técnica, muchos docentes dejan a un lado algunos temas debido a que no suelen estar presentes en pruebas SABER, o no están incluidos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Dentro de estos temas se hayan precisamente las Identidades Trigonométricas, las cuales se omiten en la enseñanza, principalmente por su exclusión en las pruebas de Estado, y también, debido a la dificultad de ser enseñadas y comprendidas por los estudiantes quienes no logran asimilarlas y responder de manera satisfactoria a estos contenidos temáticos avanzados.

1.4 Estado del arte

Luego de una exhaustiva revisión del Estado del Arte y de una indagación de las fuentes teóricas al respecto, se halló que son muy pocas las investigaciones publicadas sobre la relevancia de la enseñanza de las identidades trigonométricas. Sin embargo, se evidenció que son frecuentes las investigaciones sobre la importancia de la enseñanza de la Trigonometría en la educación Media técnica, como un aspecto fundamental en el desarrollo de cursos de cálculo y en la solución de problemas geométricos.

Por su parte, acerca de la implementación de MOOC como herramienta de distribución del conocimiento de manera efectiva y además de forma no presencial que genere escenarios pedagógicos innovadores a los que nuestros estudiantes no se encuentran acostumbrados, son una útil herramienta se utiliza en niveles de educación superior. No obstante, el rastreo bibliográfico permitió hallar un estudio llamado “Modalidad MOOC para educación media básica: enseñanzas de una experiencia” (2017), de Denise Vaillant Alcalde, Eduardo Rodríguez Zidán y Gabriela Bernasconi Piñeyrúa, realizado en Uruguay, en donde se desarrolló un curso MOOC piloto en el año 2013, orientado a más de 1000 estudiantes de educación media, este curso tuvo como objetivo promover en los jóvenes el desarrollo del pensamiento computacional y la posterior construcción de aplicaciones, esta experiencia se convirtió en el primer curso masivo, en línea, para adolescentes, en este país; en el cual se inscribieron 1,123 estudiantes, en edades comprendidas entre los 12 y 18 años. Por su parte, los análisis de resultados se dieron en la finalización del curso, en función del proceso y de dos tipos de indicadores: en el primero de estos se analizó el porcentaje de estudiantes que terminan el curso frente al total de estudiantes matriculados, esto arrojó un porcentaje de 29,2 % de los estudiantes que terminaron completo el proceso, lo que mostró un alto porcentaje de deserción durante el desarrollo del curso; por su

parte, el otro indicador que se analizó fue el de cuántos de los que se matricularon sí ingresaron al curso al menos una vez. En la presente investigación, estos indicadores no serán relevantes ya que el MOOC propuesto en este trabajo, deberá ser desarrollado por la totalidad de los estudiantes de grado 10° (Vaillant Alcalde, Rodríguez Zidán & Bernasconi Piñeyrúa, 2017).

El segundo antecedente, se halló en el artículo “Experiencia de un MOO en matemáticas para estudiantes de último año de la educación media”, de Julián Moreno, Luis F. Montoya y Lina M. Vargas, que muestra que para el primer semestre de 2015 ingresaron 1,895 estudiantes a la Universidad Nacional de Colombia con sede en Medellín, los cuales en el examen de admisión obtuvieron un promedio de 51,7 % en el área de matemáticas sobre una escala de 0 a 100, de este total, y considerando que en los programas de pregrado solamente 899 estudiantes podrán ver cursos de cálculo diferencial, por lo que los demás deberán ver un curso nivelatorio de matemáticas básica, es por esto que la universidad de Nacional propuso un curso MOOC para estudiantes de ultimo grado de la educación Media. De esta forma, esta experiencia evidenció que, de los 70,000 aspirantes para el curso, solo 8,331 realizaron la correspondiente matrícula, a pesar de su gratuidad y de ser ofrecidos por la universidad más grande del país. Otro de los hallazgos fue que la tasa de aprobación del curso fue únicamente del 4%, por lo tanto, la Universidad Nacional propone como estrategia a futuro, generar vínculos que permita involucrar a las instituciones educativas de enseñanza Media, ya que consideran que una de las causas de fracaso, además de su falta de preparación adecuada, es la edad de los cursantes ya que oscilan entre los 17 años (Moreno, Montoya & Vargas, 2015).

Para cerrar este apartado, y tal como lo expresa Julien Jacqmin en su artículo investigativo “Providing MOOCs: A FUN way to enroll students?” del 25 de abril de 2018, uno de los factores que más preocupan a los defensores de los MOOC, tiene que ver con la matrícula y con la culminación de los cursos, ya que muchos de estos ofertados en las universidades, la matrícula no asciende significativamente de un año al otro.

2 MARCO TEORICO

El presente trabajo se propone analizar los diferentes aportes didácticos de la implementación de un MOOC como herramienta para el aprendizaje de las identidades trigonométricas pitagóricas; para realizar esta herramienta es necesario caracterizar la población e identificar cuál modelo pedagógico y cuáles teorías de aprendizaje son las que se pueden ajustar a la población objeto y además que puedan generar los mejores resultados posibles, por ello, se tuvo en cuenta el modelo Socioconstructivista, el cual presenta elementos valiosos para el desarrollo de esta propuesta didáctica.

2.1 Enfoque constructivista

Existen diversas maneras de abordar el constructivismo, sin embargo, según Cubero (2005), hay algo en común en todas ellas que corresponde a “una perspectiva epistemológica que intenta explicar y comprender la naturaleza del conocimiento, cómo se genera y cómo cambia” (p.44), es decir, que para el constructivismo el objeto de estudio es el conocimiento, ocupándose de cuestiones como las circunstancias psicológicas, sociales e históricas que llevan al ser humano a obtenerlo y con qué criterios se verifica o comprueba si este es válido o no (Cubero, 2005:57)

2.1.1 Constructivismo Social o Socio-constructivismo

Este concepto parte de un referente previo del cual se desprende, es decir, el Constructivismo, el cual ha sido ampliamente tratado por autores como Jean Piaget (1952), Lev Vygotsky (1978), David Ausubel (1963) y Jerome Bruner (1960); sin embargo, es curioso el hecho de que ninguno de estos teóricos se autodenominó constructivista, y a pesar de esto, sus ideas y postulados sí lo son. Ante esto, es pertinente aclarar que el concepto de Constructivismo social o Socio-cognitivo, se abordará acá principalmente desde la postura de Lev Vygotsky (1978) y otros autores, como es el caso de Cubero (2005) quien se refiere al Constructivismo en su aspecto social, como una alternativa al concepto en sí de Conocimiento, no como un objeto de estudio, sino más bien como una acción o serie de acciones que se circunscriben a un proceso de construcción situado y social, es decir, que el conocimiento se construye, no sobre la base de los saberes, sino en la medida que este se enriquece con y desde la interacción del individuo con otros. (p. 45). Incluso más adelante en su texto, Cubero (2005), enfatiza el carácter social del Constructivismo al expresar que, en este, el fin u objetivo no es necesariamente el conocimiento, sino todas las relaciones epistemológicas que se generan en el seno de una comunidad a través de la interacción social (como se citó en Popkewitz, 1998).

2.1.2 Características del Constructivismo Social

Desde la perspectiva del constructivismo, si bien, el sujeto debe construir sus propios conocimientos y no los puede obtener contruidos de los demás, sí requiere de la interacción con otras personas y su medio para desarrollarlos, es así como Vygotsky (1978) plantea tres

principales aspectos o características en esta teoría, los cuales se refieren a la construcción de significados, los instrumentos para el desarrollo cognitivo y las zonas de desarrollo que se implican en los procesos inter e intrapsicológicos, como se explicarán más adelante.

Por ejemplo, para que haya una construcción efectiva de significados, el rol de la comunidad es vital, ya que el aunado a la influencia del entorno, constituyen una guía para el individuo y su forma de ver el mundo que le rodea. Por su parte, los instrumentos para desarrollar capacidades cognoscitivas se refieren a aquellos individuos que representan para el niño y joven un punto de referencia, tanto para él como para la cultura y el lenguaje. En general, el enfoque Sociocconstructivista plantea dos premisas educativas principales. La primera de ellas es que el conocimiento es construido por el mismo estudiante y la segunda es que el contexto social es la base del aprendizaje, ya que los sujetos viven y aprenden a través de la cultura.

Ahora bien, otros autores como Wood, Bruner y Ross (1976) citados por Gutiérrez et al (2011), apoyan la teoría vigotskiana de la Zona de Desarrollo Próximo, y con una mirada Sociocconstructivista, en la cual se plantean diferentes innovaciones dentro del aprendizaje y la instrucción en el aula. Los pilares que sustentan esta perspectiva son: el andamiaje, el aprendizaje situado, la tutoría y el aprendizaje cooperativo, como se exponen de manera breve a continuación:

- a. El andamiaje: es el conjunto de orientaciones que da el docente para la realización de una nueva tarea, según la teoría de Vygotsky (1988), el concepto que se relaciona con esto es la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) el cual se refiere al potencial de los estudiantes y como desarrollarlo.

- b. El aprendizaje situado: una relación de aprendizaje contextualizada entre el alumno y el docente ayuda a fomentar la empatía y los recursos disponibles a la hora de instruir.
- c. La tutoría: es básicamente, una relación de aprendizaje entre un experto y un aprendiz, o entre dos iguales.
- d. El aprendizaje cooperativo: Los estudiantes colaboran para aprender a través de la ayuda mutua (Wood, Bruner y Ross, 1976, en Gutiérrez et al, 2011: 28).

2.1.2.1 La mediación de los procesos en el Constructivismo

Según Vygotsky (1989), citado por Gutiérrez et al (2011), la mediación es “la actividad humana como un fenómeno regido por signos y herramientas producidas socialmente y que el individuo encuentra y transforma en la interacción” (p. 17). Seguidamente las autoras explican que, para Vygotsky, la naturaleza de los signos en la comunicación posee una cualidad social y que además “son producto de prácticas culturales específicas y tienen una doble función: psicológica o intrapsíquica, en la construcción de esquemas y símbolos convencionales (mapas, dibujos, números...), y comunicativa o interpsicológica, para establecer relaciones con el entorno físico o social” (Vygotsky, 1989, citado por Gutiérrez et al, 2011).

En otras palabras, la mediación es como un puente que permite al sujeto llegar al conocimiento. Por tanto, permite que una persona, en este caso el docente, intervenga para que otra aprenda, es decir, el estudiante. Teniendo en cuenta que tal intervención, debe permitir al sujeto que aprende, hacerlo de la forma más autónoma e independiente que le sea posible.

2.1.2.1.1 Procesos interpsicológicos:

Según Vygotsky (1988) citado por Baquero (1997), constituyen diversos niveles del funcionamiento intersubjetivo (comunicación efectiva entre dos o más sujetos) y de la participación en función de la interacción, que permite la apropiación sucesiva de instrumentos de mediación (escritura, estrategias de resolución de problemas, entre otros), de esta manera, las relaciones entre distintos factores, se reformulan para que resulte la integración (Baquero, 1997:7). Este proceso tiene lugar o comienza cuando se da la interacción en un ambiente social.

2.1.2.1.2 Procesos intrapsicológicos:

Para Baquero (1997) y Gutiérrez et al (2011) quienes citan a Vygotsky (1995), están de acuerdo que luego de los procesos interpsicológicos, aparecen o se generan los también llamados procesos intrapsicológicos o intrapsíquicos. Estos se refieren a aquellos logros autónomos que tiene el sujeto que aprende y sus modalidades de significación de la situación o tarea (Baquero, 1997:7). Es decir, que este proceso se encuentra en el ámbito individual a través de la interiorización o reconstrucción interna, haciendo al sujeto responsable al actuar. Tal como lo expresan Gutiérrez et al (2011) al decir que: “los procesos psicológicos y el funcionamiento mental inician en el plano interpsicológico, en las relaciones sociales y en la medida que se reconstruyen y se interiorizan (...) [y luego] se convierten en procesos intrapsicológicos para la acción individual” (Gutiérrez et al, 2011:13, cita a Vigotsky, 1995).

2.1.2.1.3 Zona Real (ZR):

Según Gutiérrez et al (2011), Vygotsky (1988:133), denomina a la ZR como un nivel inicial de desarrollo mental (p. 16). Es decir, que define el producto del desarrollo final de las funciones que ya han madurado en el niño. Si es capaz de realizar alguna tarea de manera independiente, significa que las funciones para dichas tareas ya han madurado en él. En definitiva, este nivel o zona de desarrollo indica con qué capacidades mentales cuenta el niño o sujeto.

2.1.2.1.4 Zona Potencial (ZP):

Nuevamente Gutiérrez et al (2011), citan a Vygotsky (1988:133), con el fin de establecer el concepto de ZP, el cual, de acuerdo con el autor está determinado “a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (p.16). En otras palabras, esta zona se manifiesta cuando el sujeto no logra dar solución independientemente a un problema, sino que lo logra con la ayuda de otros, esto constituye su nivel de desarrollo potencial.

2.1.2.1.5 Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):

La ZDP está representada por la distancia existente entre el nivel real de desarrollo del niño y su nivel de desarrollo potencial: “es una estructura interactiva de apoyo para la interiorización y apropiación de los conocimientos e instrumentos desarrollados por la cultura” (Vygotsky, 1988:133, en Gutiérrez et al, 2011:16). Esta zona se encuentra determinada por aquellos problemas que el niño aún no puede resolver sin ayuda de otro. En otras palabras, en la ZDP, el maestro y el estudiante trabajan juntos en las tareas que el estudiante no podría realizar solo, dada la dificultad del nivel. En conclusión, lo que se encuentra hoy en la zona de desarrolló

próximo, estará en un futuro cercano en el nivel real de desarrollo; es decir, que lo que el niño es capaz de hacer hoy con la ayuda de otra persona, mañana lo podrá hacer por sí solo.

Partiendo de lo ya expuesto, la enseñanza recíproca es otro de los aportes del constructivismo social, que consiste en el diálogo del maestro y un pequeño grupo de estudiantes, de forma que estos últimos tomen el puesto del maestro y así aprendan a formular preguntas, lo que permite verificar el nivel personal de comprensión, desde el punto de vista de Vygotsky la enseñanza recíproca insiste en los intercambios sociales, mientras los estudiantes adquieren las habilidades.

2.2 Teorías de Aprendizaje

Estas teorías buscan explicar los diferentes tipos de aprendizaje que existen y su habilidad para hacerlo difiere de una a otra. Por otra parte, representan un puente entre la investigación y las prácticas educativas, convirtiéndose en una herramienta para organizar y convertir los descubrimientos en recomendaciones para la docencia (Shunk, 2012). A continuación, se presentarán tres posturas referentes a estilo de aprendizaje que se ajustan a los objetivos de este ejercicio de investigación pedagógica: aprendizaje colaborativo (Carrió, 2007), aprendizaje basado en problemas (Barrows, 1986) y aprendizaje autónomo (Kamii (1982),).

2.2.1 *Aprendizaje Colaborativo*

Entre las características más señaladas del aprendizaje colaborativo se hallan numerosos y diversos puntos de vista; sin embargo, todos ellos coinciden en que “el aprendizaje colaborativo rechaza la observación pasiva, la repetición y la memorización”, este tipo de aprendizaje promueve “la confrontación de opiniones, el compartir conocimientos, el liderazgo múltiple y la

multidisciplinariedad” (Carrió, 2007:1). Esto significa que el rol tradicional del docente y el estudiante en el proceso de aprendizaje se transforman en una posición mucho más activa por parte del estudiante y una posición orientadora del maestro, superando aquel rol tradicional del poseedor del conocimiento. Además, Carrió (2007) expone que “todos los integrantes del grupo son líderes y evaluadores de los conceptos que se exponen, aunque exista un coordinador de los esfuerzos del grupo, no actúa en ningún momento como líder” (p. 1).

Según lo anterior, cada participante asume su rol específico dentro del grupo y es líder de las tareas y conocimientos que le han asignado, por lo tanto, es quien debe compartir y confrontar sus ideas con otros. En el aprendizaje colaborativo cada miembro comprende que el grupo necesita de él para completar los conceptos que este necesita conocer.

2.2.1.1 Aprendizaje colaborativo en entornos virtuales: un modelo de diseño instruccional para la formación profesional continua

De acuerdo a Chávez Salazar (2014), referente a la educación virtual, expresa que: “Uno de los principales desafíos que enfrenta hoy en día la sociedad del conocimiento se relaciona con la posibilidad de emplear las tecnologías de la información y comunicación (TIC) para promover la construcción colaborativa del conocimiento” (p. 13). Para este autor, los desafíos que representan los ambientes virtuales, están más relacionados con los procesos de interacción del individuo que con los avances de este en su aprendizaje, debido a esto, expresa que:

De hecho, las primeras incursiones de la computadora en las aulas y en los escenarios de capacitación para el trabajo, modelados en torno a la visión de un participante en la red que actúa en solitario, ajeno a todo tipo de interacción humana y que selecciona y administra por sí mismo

contenidos informáticos descontextualizados, han sido cuestionados no sólo por sus escasos logros educativos, sino por su poca relevancia humana y social. (Chávez Salazar, 2014, p.13).

Esto por esto que el autor, al igual que Carrió (2007), se aproxima a un concepto de Aprendizaje colaborativo, al decir que este es: “un proceso donde interactúan dos o más sujetos para construir aprendizaje, a través de la discusión, reflexión y toma de decisiones” (p.14), y lo relaciona con el aprendizaje en ambientes virtuales, cuando expresa que, por su parte: “los recursos informáticos actúan como mediadores psicológicos, eliminando las barreras espacio-tiempo” y con esto aclara seguidamente que este proceso va más allá de compartir información, ya que propende porque “no sólo los participantes compartan información, sino que trabajen con documentos conjuntos, participen en proyectos de interés común, y se facilite la solución de problemas y la toma de decisiones” (Chávez Salazar, 2014, p.14).

2.2.1.2 Las posibilidades del aprendizaje colaborativo en entornos virtuales

Para los fines del presente trabajo, resulta relevante la perspectiva del enfoque de aprendizaje colaborativo apoyado por la computadora (CSCL por sus siglas en inglés: Computer Supported Collaborative Learning). Lo cual relacionado con lo dicho por Chávez Salazar (2014), resulta ser un punto clave en el presente proyecto enfocado en la enseñanza de las Identidades Trigonométricas en estudiantes de grado 10°, debido a que precisamente, se busca que no solo haya intercambio de saberes en torno al tema, sino que se genere en el grupo de estudiantes una interacción directa, tanto en el aula como en el entorno virtual, para aprovechar al máximo las ventajas que ofrecen las plataformas informáticas.

Por su parte, muchos investigadores de este campo han analizado la manera cómo el aprendizaje colaborativo apoyado por Tics mejora el trabajo e interacción entre pares, y al

mismo tiempo, la forma en cómo la colaboración y la tecnología pueden facilitar y distribuir el conocimiento y las habilidades entre quienes son parte de una comunidad virtual. (Lakala, Rahikainen y Hakkarainen, 2001). En relación con esto, Colvin y Mayer (2008) consideran que dichas interacciones pueden ser síncronas (en tiempo real) o asíncronas, pero que es importante que existan metas y perspectivas compartidas y que los participantes puedan producir conocimiento, generar un producto, resolver un caso o problema relevante, adquirir una serie de competencias previstas en un episodio instruccional.

A partir de lo analizado, un aprendizaje colaborativo mediado en un entorno virtual o presencial, posee, en palabras de Chávez Salazar (2014), miradas que son fundamentales para para construir y situar el conocimiento de manera efectiva:

- 1) La perspectiva personal del usuario o estudiante, la cual debe recuperar sus pensamientos y experiencias iniciales, pero que resultará enriquecida con las ideas de los otros (los demás participantes, el tutor, las ideas de los materiales disponibles en la Web, etc.).
- 2) La perspectiva del grupo, que se construye y comparte en los episodios de trabajo grupal conjunto.
- 3) La perspectiva del curso, donde los materiales curriculares o pertinentes al proceso educativo se discuten entre todos los participantes.
- 4) La perspectiva de otros agentes involucrados en la tarea (proceso de indagación o situación-problema) en torno a la cual giran las discusiones y propuestas de los participantes. (Chávez Salazar, 2014: 14).

Además, se debe considerar que en un entorno virtual de aprendizaje colaborativo deben existir recursos para el manejo de la información que sirvan de repositorio de la comunidad, lo que debe incluir documentos electrónicos, enlaces a otros sitios, formatos y plantillas, documentos elaborados como insumo por los participantes, comunicación con el instructor o docente, entre otros elementos que enriquezcan el proceso de aprendizaje en línea. Sumado a todo esto, y desde el punto de vista pedagógico, las Tics representan ventajas para el proceso de aprendizaje colaborativo debido a que permiten: estimular la colaboración, la comunicación interpersonal; el acceso a información y contenidos de aprendizaje; el seguimiento del progreso del participante, en lo individual y grupal; la gestión y administración de los alumnos; la creación de escenarios para la coevaluación y autoevaluación, y principalmente la construcción de significados comunes en un grupo social determinado (Díaz y Morales, 2008-2009, citados por Martínez de la Cruz et al, 2013:12,13).

Recapitulando algunas utilidades específicas de las herramientas tecnológicas para el aprendizaje colaborativo son: comunicación sincrónica, comunicación asincrónica, transferencia de datos, aplicaciones compartidas, convocatoria de reuniones, Chat, lluvia de ideas, mapas conceptuales, navegación compartida, Wikis, notas, pizarra compartida. Para clarificar todo lo dicho antes, en la tabla 1 presenta una adaptación de la recopilación que Colvin y Mayer (2008) han realizado sobre los recursos tecnológicos que favorecen el aprendizaje colaborativo y algunas de sus aplicaciones en la enseñanza en línea.

Tabla 1

Adaptación de la recopilación de Colvin y Mayer

Recursos	Descripción	Algunas aplicaciones en la enseñanza en línea
Blogs	<p>Es un sitio Web en donde los individuos escriben comentarios de un tema en particular. Los visitantes pueden comentar o ligar hacia otro Blog. Algunos escritores utilizan los Blogs para organizar sus ideas, mientras que otros redactan para grandes audiencias en la Internet.</p> <p>Son un medio de comunicación colectivo que promueve la creación y consumo de información original que provoca, con mucha eficiencia, la reflexión personal y el debate.</p>	<p>Apuntes.</p> <p>Comentarios de uso post clase.</p> <p>Actualizaciones informales en habilidades del curso y asuntos relacionados.</p> <p>Evaluación de la eficiencia del curso.</p>
Salas de trabajo (breakout rooms)	Brindan una comunicación de fácil uso, generalmente apoyada por audio, pizarrón blanco y Chat. Usados para grupos pequeños dentro de aulas virtuales o en una conferencia en línea.	<p>Trabajo sincrónico en equipo durante una clase virtual de grupos.</p> <p>Reuniones de grupos pequeños.</p>
Chats	Dos o más participantes comunicándose en tiempo real (sincrónicamente) por texto.	<p>Juego de roles.</p> <p>Toma de decisiones en equipo.</p> <p>Trabajo en equipo.</p> <p>Estudio colaborativo entre pares.</p> <p>Preguntas o comentarios durante una presentación virtual.</p>
Correo electrónico	Dos o más participantes comunicándose en tiempo diferido (asincrónicamente) por texto. Los mensajes se reciben y envían desde un sitio de correo electrónico individual.	<p>Trabajo en equipo.</p> <p>Intercambios del estudiante-tutor.</p> <p>Actividades colaborativas entre pares.</p>

Pizarrón de mensajes	Cierto número de participantes se comunican de forma asincrónica, anotando una pregunta o comentario en el pizarrón para que otros lo lean y respondan.	Discusiones de temas científicos. Estudio de casos. Comentarios de uso post clase.
Conferencias en línea	Un número de participantes en línea con acceso a audio, pizarrón blanco, recursos multimedia y Chat.	Conferencias magistrales. Clases virtuales. Trabajo en equipo.
Wikis	En estructura y lógica es similar a un blog, pero en este caso cualquier persona puede editar sus contenidos, aunque hayan sido creados por otra. Puede ser controlado para editar/pre visualizar por un pequeño grupo o por todos.	Trabajo colaborativo en el desarrollo de un documento. Actualización de un repositorio de información del curso. Construcción colaborativa del material del curso.
Pizarra compartida	Es una versión electrónica del rotafolios utilizado en las reuniones presenciales, permite visualizar documentos e intercambiar ideas. Con esta herramienta dos personas pueden dibujar o llenar hojas de cálculo desde distintos puntos geográficos.	Estudio colaborativo entre pares. Trabajo colaborativo en el desarrollo de un documento.
Foro de discusión	Recurso Web que le da soporte a discusiones en línea de manera asincrónica. Esta herramienta se basa el principio del correo electrónico, con la diferencia de que se utiliza para enviar a un grupo de usuarios (1 a N), los mensajes quedan registrados a lo largo del tiempo, de tal forma que se acumulan y entre los usuarios los van complementando.	Discusiones grupales. Trabajo en equipo para resolver casos. Análisis grupal de contenidos revisados.

Nota. Tomado de Nadia Livier Martínez de la Cruz, Edith Inés Ruiz Aguirre, Rosa María Galindo González (2012). En Aprendizaje colaborativo en ambientes virtuales y sus bases Socioconstructivistas como vía para el aprendizaje significativo. En revista online Vol. 4, Núm. 2 (2012) Universidad de Guadalajara.

Tomando como referencia este cuadro, en esta investigación se utilizarán los foros, las wikis, las conferencias en línea, los chats, los correos electrónicos, los blogs y los salones de trabajo, entre otras herramientas que ofrece el Moodle y que no se encuentran referenciadas en esta tabla; para mayor ampliación ver Anexos (Análisis e Interpretaciones) o ver www.lqmatemáticas.xyz

2.2.1.3 Principios educativos del aprendizaje colaborativo virtual desde la perspectiva socio-constructivista

En la ponencia *Aprendizaje colaborativo en entornos virtuales: un modelo de diseño instruccional para la formación profesional continua* (Díaz Barriga y Morales Ramírez, 2008), los autores exponen que los aportes del Socioconstructivismo son claves para determinar y entender la comunicación que se da desde el aprendizaje colaborativo en relación a los participantes inmersos en este proceso:

Para entender la interacción entre los individuos y el aprendizaje colaborativo es necesario contextualizarlas dentro de la corriente socio-constructivista, la cual afirma que el conocimiento de todas las cosas es una construcción activa y conjunta de significados, mediada por diferentes instrumentos psicológicos. Es bien sabido que Vygotsky (1979), plantea que la génesis de todos los procesos mentales hay que buscarla en la interacción de los seres humanos con los demás, como lo expresa en su conocida Ley de la doble formación en los procesos de desarrollo. Esto quiere decir que, para este autor en el proceso de desarrollo cultural del individuo, toda función aparece dos veces, primero a nivel social y más tarde, a nivel individual; primero entre personas (interpsicológico) y después, en el interior del propio individuo (intrapsicológicos). (Díaz Barriga y Morales Ramírez, 2008:10).

Por otro lado, Pierre Lévy (2004), quien introduce el término de *inteligencia colectiva*, expresa que este concepto se entiende como:

La capacidad que tiene un grupo de personas de colaborar para construir su propio futuro en torno a la existencia de un saber colectivo. En su trabajo explica que es necesario reconocer que esta inteligencia colectiva está distribuida en cualquier lugar donde haya humanidad y que ésta puede potenciarse a través del uso de las TIC. (Lévy, 2004, citado Díaz Barriga y Morales Ramírez, 2008:10).

Los autores enfatizan en que para entender la perspectiva socio-constructivista hacia los procesos de colaboración apoyados por TIC, se deben tener en cuenta los siguientes principios, para el acercamiento a las propuestas desde el campo educativo:

1. Se requiere de un diseño flexible y por módulos, que se adapte a distintas culturas y prácticas pedagógicas.
2. Hay que facilitar la construcción de conocimiento en vez de sólo proporcionar foros de discusión.
3. Se requiere andamiar los procesos de indagación progresiva.
4. Es indispensable la participación activa del tutor en la indagación progresiva emprendida por los estudiantes o usuarios.
5. Habrá que proporcionar herramientas para organizar y estructurar la actividad.

6. En la misma dirección, se requiere de una serie de herramientas para el análisis del proceso, es decir, para el seguimiento del proceso de indagación, útiles tanto para el docente o tutor como para los estudiantes.

7. Finalmente, hay que proporcionar apoyos para la construcción de la comunidad. Es decir, hay que construir herramientas que permitan a una comunidad total o parcialmente virtual manejar sus actividades colaborativas, construir su propio sentido de comunidad y lograr la comprensión mutua. (Díaz Barriga y Morales Ramírez, 2008:10,11).

2.2.2 Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

2.2.2.1 ¿Qué es ABP?

La Universidad Politécnica de Madrid (UPM), en 2008, mediante su separata online, Servicio de Innovación Educativa, define al Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), como “una metodología centrada en el aprendizaje, en la investigación y reflexión que siguen los alumnos para llegar a una solución ante un problema planteado por el profesor” (p.4). Contrario a la educación tradicional, en la cual el docente explica un tema y luego les propone a sus estudiantes una actividad para poner en práctica dicho tema, el ABP “plantea como medio para que los estudiantes adquieran esos conocimientos y los apliquen para solucionar un problema real o ficticio”, pero “sin que el docente utilice la lección magistral u otro método para transmitir ese temario”. (p.4).

Por su parte, en 1986, Barrows define el ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (Barrows, 1986, citado por la UPM, 2008:4). En este método, los

protagonistas del aprendizaje son los propios educandos, que asumen la responsabilidad de ser parte activa en el proceso.

Además, en 2006, el concepto de Prieto, expone que el enfoque de aprendizaje activo señala que “el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos” (Prieto, 2006:46, citado por José M^a Fernández Batanero e Irene García Lázaro, 2012:2). Según lo anterior, el ABP le permite al estudiante desarrollar y a trabajar diversas competencias. Entre las que se destacan: Resolución de problemas, la toma de decisiones, el trabajo en equipo, las habilidades de comunicación (como la argumentación y exposición de la información, y el desarrollo de actitudes y valores, como: la precisión, la revisión, la tolerancia, entre otros. (De Miguel, 2005, citado por Batanero & García, 2012:2).

En el mismo documento elaborado por la UPM, 2008, se muestra que Prieto (2006) quien cita a Engel y Woods, expone algunas características referentes al ABP: “Identificación de problemas relevantes del contexto profesional, la conciencia del propio aprendizaje, la planificación de las estrategias que se van a utilizar para aprender, el pensamiento crítico, el aprendizaje auto-dirigido, las habilidades de evaluación y autoevaluación y el aprendizaje permanente”. (p.4).

Aparte de todas las mencionadas y como complemento a todas ellas se puede decir que el ABP favorece el desarrollo de habilidades en cuanto a la búsqueda y manejo de información y además desarrolla las habilidades de investigación ya que, los estudiantes en el proceso de

aprendizaje, tendrán que, a partir de un enunciado, averiguar y comprender qué es lo que pasa y lograr una solución adecuada.

2.2.2.2 Características del ABP

En palabras de Exley y Dennick (2007), el ABP “implica un aprendizaje activo, cooperativo, centrado en el estudiante, asociado con un aprendizaje independiente muy motivado” (Exley y Dennick, 2007, citados por Batanero & García, 2012:2). Desde estos autores, se muestran algunas características que complementan los dicho antes:

Responde a una metodología centrada en el alumno y en su aprendizaje.

Los alumnos trabajan en pequeños grupos, lo que favorece que los alumnos gestionen eficazmente los posibles conflictos que surjan entre ellos y que todos se responsabilicen de la consecución de los objetivos previstos.

Esta metodología favorece la posibilidad de interrelacionar distintas materias o disciplinas académicas.

El ABP puede utilizarse como una estrategia más dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, aunque también es posible aplicarlo en una asignatura durante todo el curso académico o, incluso, puede planificarse el currículum de una titulación en torno a esta metodología. (p.2).

2.2.2.3 Desarrollo del proceso de ABP (alumnos)

La UPM (2008), expone que en el desarrollo de la metodología del ABP se pueden seguir unas fases determinadas. A continuación, en la figura 1, se ilustran los aportes de Morales y

Landa (2004) quienes establecen ocho momentos o fases dentro del proceso de ABP. Cabe aclarar que esta figura es una adaptación del esquema original, que fue elaborado y publicado por las autoras Patricia Morales Bueno y Victoria Landa FitzGerald en 2004:

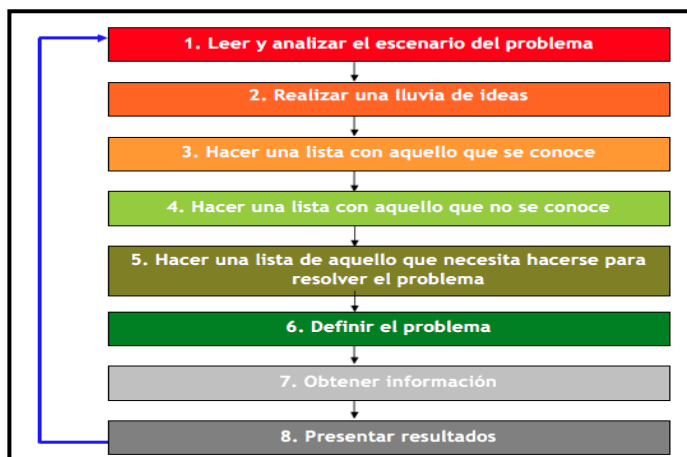


Ilustración 1: Desarrollo del proceso de ABP según Morales y Landa (2004).

Nota. Diseño elaborado por Morales y Landa en 2004, adaptado y presentado por la UPM (2008).

A partir de este esquema, las autoras, desglosan las acciones principales que se deben realizar en cada una de las ocho fases dentro del proceso de ABP, como se muestra en la ilustración 2.

Resulta fundamental que los alumnos conozcan los pasos que han de seguir para resolver el problema y también que el alumno que lleve a cabo el papel del moderador u organizador vaya guiando al grupo en cada uno de ellos.

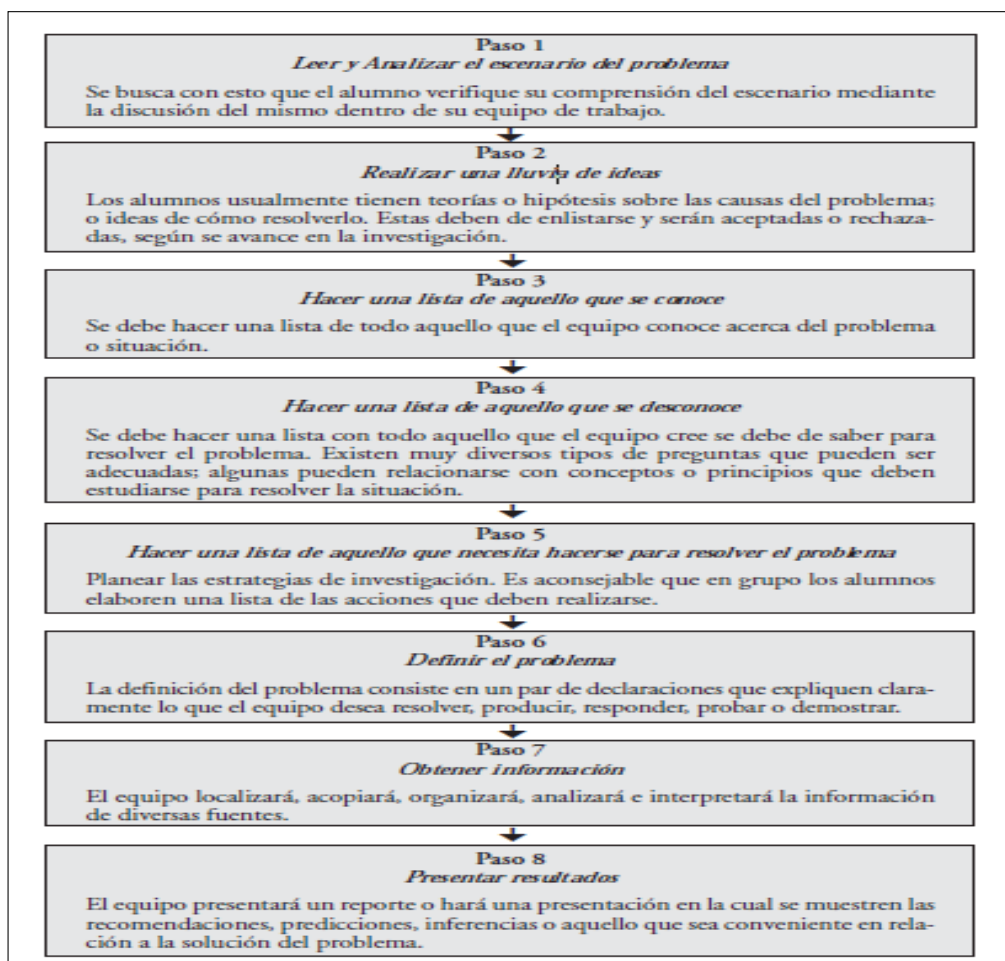


Ilustración 2: Acciones principales de las fases propuestas por Morales y Landa en el proceso de ABP.

Nota. Diseño elaborado por Morales y Landa en 2004, tomado desde <http://www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf>

2.2.2.4 Rol del profesor y el papel de los alumnos

En cuanto al aspecto de relaciones y roles dentro del proceso de aprendizaje, el ABP, obliga tanto a docentes como estudiantes a cambiar sus roles tradicionales. Como se muestra a continuación en la tabla 2:

Tabla 2.

Comparativo entre roles de Docentes y Estudiantes

Profesor	Alumnado
<ol style="list-style-type: none"> 1. Da un papel protagonista al alumno en la construcción de su aprendizaje. 2. Tiene que ser consciente de los logros que consiguen sus alumnos. 3. Es un guía, un tutor, un facilitador del aprendizaje que acude a los alumnos cuando le necesitan y que les ofrece información cuando la necesitan. 4. El papel principal es ofrecer a los alumnos diversas oportunidades de aprendizaje. 5. Ayuda a sus alumnos a que piensen críticamente orientando sus reflexiones y formulando cuestiones importantes. 6. Realizar sesiones de tutoría con los alumnos. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Asumir su responsabilidad ante el aprendizaje. 2. Trabajar con diferentes grupos gestionando los posibles conflictos que surjan. 3. Tener una actitud receptiva hacia el intercambio de ideas con los compañeros. 4. Compartir información y aprender de los demás 5. Ser autónomo en el aprendizaje (buscar información, contrastarla, comprenderla, aplicarla, etc.) y saber pedir ayuda y orientación cuando lo necesite. 6. Disponer de las estrategias necesarias para planificar, controlar y evaluar los pasos que lleva a cabo en su aprendizaje.

Nota. Diseño elaborado por la UPM (2008:12).

2.2.2.5 Evaluación del ABP

En el modelo ABP, se hace necesario cambiar la perspectiva de todo y cada uno de los subprocesos que se dan, y en esto, la Evaluación no puede ser ajena. Según lo anterior, el modelo ABP, debe permitir un tipo de evaluación del aprendizaje diferente al tradicional, en donde el estudiante de manera autónoma y cooperativa haya alcanzado los saberes y entrenado las competencias esperadas para determinada situación o tema. Por estas razones, a continuación, se muestran diversas técnicas que se pueden emplear en el proceso de Evaluación sustentado desde el modelo ABP:

- a. **Caso práctico** en el que los alumnos tengan que poner en práctica todo lo que han aprendido.
- b. **Un examen que no esté basado en la reproducción automática** de los contenidos estudiados, sino que implique que el alumno organice coherentemente sus conocimientos.
- c. **Autoevaluación:** El alumno ha llevado a cabo un proceso de aprendizaje autónomo. Por tanto, nadie mejor que él mismo conoce todo lo que ha aprendido y todo lo que se ha esforzado. Se pueden establecer algunos aspectos para que el alumno se autoevalúe: aprendizaje logrado, tiempo invertido, proceso seguido, etc.
- d. **Evaluación realizada entre pares (co-evaluación):** El alumno, durante su proceso de aprendizaje, ha trabajado con sus compañeros cooperativamente. Por tanto, conocer la opinión de los compañeros también resulta interesante. Los aspectos sobre los que se pueden preguntar pueden ser: ambiente cooperativo dentro del grupo, reparto de tareas eficaz, cumplimiento de las expectativas como grupo, etc. (UPM, 2008:13).

2.2.3 El aprendizaje autónomo

2.2.3.1 ¿Qué queremos decir con aprendizaje autónomo?

En el artículo titulado “La autonomía como finalidad de la educación: implicaciones de la Teoría de Piaget”, escrito por la doctora Constance Kamii (1982), cuyo título refleja la importancia y el valor educativo que en su momento Piaget otorgó a la autonomía, y que se puede considerar vigente en nuestros tiempos. La doctora Kamii, destaca la idea del desarrollo de la autonomía tanto en el ámbito moral como en el intelectual de la persona. Asimismo, señala que se alcanza la autonomía cuando la persona llega a ser capaz de pensar por sí misma

con sentido crítico, teniendo en cuenta muchos puntos de vista, tanto en el ámbito moral como en el intelectual. Mientras que la autonomía moral trata sobre lo “bueno” o lo “malo”; la intelectual trata con lo “falso” o lo “verdadero”. (Kamii, 1982:3).

Según Kamii, haciendo referencia a Piaget (1959), lo autónomo se entiende mejor si se contrapone el término autonomía al de heteronomía. Se es autónomo cuando la persona es capaz de gobernarse a sí misma y es menos gobernado por los demás. La esencia de la autonomía es que las personas lleguen a ser capaces de tomar sus propias decisiones, considerando la mejor acción a seguir que concierna a todos (Kamii, 1982:6). La heteronimia en el campo intelectual significa seguir los puntos de vista de otras personas en forma acrítica, creer en lo que se dice, aunque no sea lógico. Cuando se contrasta los puntos de vista de un individuo, este da sentido a sus construcciones, fundamenta sus razonamientos y opiniones, negocia sus soluciones a determinados problemas, así es que logra autonomía intelectual. La creación de una teoría nueva es un ejemplo extremo de autonomía intelectual (Kamii, 1982:11).

Sin embargo, se debe reconocer la importancia de los otros en este proceso de construcción de la autonomía intelectual, ya sea a través la interacción y el intercambio y contraste de nuestros puntos de vista o en el momento en que se vale de las ideas de otros para hacerlas propias, en este aspecto se deben reconocer los aportes del aprendizaje sociocultural de Vigotsky.

En 2007, Miguel Humberto Mazzeo M., y Libardo León A., hablan de la autonomía en el autoaprendizaje y explica que la base de la definición de autonomía se halla la posibilidad del estudiante de aprender a aprender, que resulta de ser cada vez más consciente de su proceso de cognición, es decir, de la metacognición (p.9). Para exponer este planteamiento, acerca de la

Metacognición, hacen referencia a los que Elena Barberà Gregori y Carles Monereo i Font, dicen al respecto:

La metacognición es un proceso que se refiere al conocimiento o conciencia que tiene la persona de sus propios procesos mentales (sobre cómo aprende) y al control del dominio cognitivo (sobre su forma de aprender). Ambos se orientan al servicio de una mejora del estudio personal que le conduzca a resultados satisfactorios de aprendizaje. (Monereo y Barberá, 2000, citados por Mazzeo M., y León A., 2007:9).

Otra autora que refuerza la idea de autonomía en el aprendizaje, es Lileya Manrique Villavicencio, quien, en 2004, escribe al respecto:

(...) la persona tiene una capacidad de control sobre sus procesos cognitivos, que se observa en la capacidad de autorregulación utilizada por ella en las situaciones de aprendizaje que debe enfrentar, siendo capaz de planificar, supervisar y evaluar su propia actuación, modificándola cuando el progreso no es adecuado, en un constante ejercicio de toma de decisiones orientada a la mejora de su estudio personal y al éxito en el aprendizaje. (Manrique Villavicencio, 2004:3-4).

A manera de resumen, y citando a Manrique Villavicencio, es posible decir que “la autonomía en el aprendizaje o el aprendizaje autónomo”, faculta a un individuo para “dirigir, controlar, regular y evaluar su forma de aprender, de forma consciente e intencionada haciendo uso de estrategias de aprendizaje para lograr el objetivo o meta deseado” (Manrique V., 2004:4). Y es precisamente, este tipo de “autonomía”, la que debería ser el objetivo final de los procesos educativos, que significa “saber aprender a aprender”.

2.2.3.2 Aprendizaje estratégico y autonomía

Para el desarrollo y análisis de los siguientes cuatro apartados, se tomarán las propuestas de Lileya Manrique Villavicencio (2004), quien en su artículo “El aprendizaje autónomo en la educación a distancia”, se refiere a estos temas, al explicar que, para lograr “aprender a aprender”, lo que conduce a la autonomía en el aprendizaje “es imperativo enseñar a los alumnos a adoptar e incorporar progresivamente estrategias de aprendizaje, enseñarles a ser más conscientes sobre la forma cómo aprenden y así puedan enfrentar satisfactoriamente diversas situaciones de aprendizaje”. (p.4).

La autora también menciona que algunas autores, obras y material consultado como Monereo y otros investigadores, ofrecen:

(...) resultados de investigaciones y reflexiones teóricas a la luz de experiencias prácticas en diversos contextos educativos para la incorporación de las estrategias de aprendizaje en el diseño curricular de enseñanza básica y secundaria. Señalan que, si se quiere lograr alumnos estratégicos, entiéndase con alto grado de autonomía, se debe proponer objetivos sobre el aprendizaje de estrategias en el diseño curricular y se debe preparar a los docentes para que desarrollen una enseñanza estratégica (Manrique V., 2004:4).

Seguidamente, Manrique (2004), enumera tres objetivos para un currículo escolar de educación a distancia, basados en los estudios previo de Monereo et al (1999:28-29):

- a. Aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo- motivacional, así como de las operaciones y decisiones mentales que realiza cuando aprende un contenido o resuelve una tarea.

- b. Mejorar el conocimiento declarativo y procedimental del estudiante con respecto a las estrategias de aprendizaje que puede utilizar y lograr su experticia en el control de las mismas.
 - c. Favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje de un tipo específico de contenidos, logrando la transferencia de las estrategias empleadas a nuevas situaciones.
- (Manrique V., 2004:4).

Luego, Manrique, presenta una serie de estrategias que son necesarias para el logro del aprendizaje autónomo en una modalidad de educación a distancia:

Por ejemplo, cita a Alonso y López, quienes en su ponencia “Efectos motivacionales de las actividades docentes en función de las motivaciones de los alumnos” de 1999, hablan del desarrollo de estrategias afectivo-motivacionales, las cuales, orientan al estudiante para que sea “consciente de su capacidad y estilos de aprender, desarrolle auto confianza en sus capacidades y habilidades, logre una motivación intrínseca hacia la tarea o actividad de aprendizaje que debe realizar y sepa superar dificultades” (p.5). Otros autores referidos por Manrique fueron Ontoria et al (2000), quienes consideran que dichas estrategias ayudan al estudiante a “consolidar un modelo mental (ideas, creencias, convicciones) positivo sobre si mismo y su capacidad para aprender” (p.5).

Manrique (2004), también cita a Cristina Del Mastro, quien, en 2003, publicó un artículo llamado “El aprendizaje estratégico en la educación a distancia”, donde habla del Desarrollo de estrategias de auto planificación, las cuales están asociadas con lograr la formulación de un plan de estudio realista y efectivo, relacionado con la educación a distancia.

La autora enumera cuatro aspectos que se relacionan con la tarea y las condiciones para su realización:

- a. Identificar metas de aprendizaje propuestas, asumirlas o reorientarlas para que adquieran significación para el estudiante. Pueden ser metas individuales y cooperativas.
- b. Identificar condiciones físicas y ambientales para el estudio (tiempo que dispone, horarios de estudio, recursos o materiales con los que cuenta, variables ambientales).
- c. Analizar condiciones de la tarea: complejidad de las actividades, secuencia a seguir, tipo de actividad, condiciones esperadas como resultado.
- d. Seleccionar las estrategias más convenientes para abordar el estudio, en base al análisis de las condiciones antes señaladas y la meta propuesta. Estas estrategias se refieren a cómo enfrentar la lectura, análisis e interpretación de información, manejo de las tecnologías de la información y comunicación (TICs), habilidades de comunicación e interacción para un aprendizaje colaborativo. (Del Mastro; 2003, en Manrique, 2004:5).

Para cerrar con este apartado, Manrique cita a Xavier Bornas (1994), quien en su libro “La autonomía personal en la infancia. Estrategias cognitivas y pautas para su desarrollo”, presenta y explica que es pertinente el desarrollo de estrategias de autorregulación y autoevaluación, que, para el caso de las primeras, consiste en una serie de actividades como se ve:

(...) la aplicación de estrategias seleccionadas para el estudio y el aprendizaje, revisión continua de sus avances, dificultades y éxitos en la tarea según la meta de aprendizaje; incluye la generación de alternativas de solución y previsión de consecuencias, la toma de decisión

oportuna de acciones a realizar o condiciones que cambiar para lograr su propósito. (Bornas, 1994, en Manrique, 2004:6).

Y para caso de las segundas, van dirigidas hacia “la evaluación del estudiante, de la tarea o actividades realizadas y de las estrategias utilizadas”, acá el rol del estudiante toma importancia, debido a que este:

(...) compara información que va obteniendo y valora la efectividad de la planificación realizada y de la actuación en curso, por último, evalúa el nivel de logro de la meta de aprendizaje, deriva las experiencias de la situación de aprendizaje que ha enfrentado y se proporciona refuerzo positivo ante la realización exitosa. (Bornas, 1994, en Manrique, 2004:6).

2.2.3.3 Dimensiones del aprendizaje autónomo

En su ponencia, Manrique (2004), además presenta y explica su postura frente a las Dimensiones del Aprendizaje Autónomo (DAA), donde dice que para el logro de la autonomía en el estudiante se deben considerar cuatro dimensiones y que estas se deben regular desde el diseño curricular, para después materializarse en la estructuración del ambiente o entorno de aprendizaje, ya sea presencial o virtual, así como “en el diseño de los materiales educativos, en la actuación del mediador o tutor y en el proceso mismo de aprendizaje”. (Manrique, 2004:6).

A partir de algunos autores, Manrique replantea y propone las cuatro dimensiones que deben estar presentes para el alcance de la autonomía de aprendizaje en el estudiante:

1. *De aprendiz a experto*: Se refiere al nivel de dominio que va demostrando el estudiante en el manejo de estrategias metacognitivas. Monereo (Cit. Pérez; 1997) señala que una acción estratégica se caracteriza por: consciencia, adaptabilidad, eficacia y sofisticación.
2. *De un dominio técnico a un uso estratégico de los procedimientos de aprendizaje*: Es necesario que el estudiante se ejercite en los procedimientos necesarios para aprender en las condiciones específicas de la educación a distancia.
3. *De una regulación externa hacia la autorregulación en los procesos de Aprendizaje*: En las primeras etapas de estudio el alumno necesitará de mayor presencia y guía del docente o tutor, así como de compañeros más expertos.
4. *De la Interiorización a la exteriorización de los procesos seguidos antes, durante y después del aprendizaje*: El estudiante al inicio desarrollará una serie de acciones y tareas que irá aprendiendo y de manera creciente se hará más consciente de cómo aprende. (Manrique, 2004:6).

2.2.3.4 El papel de las TICS en el aprendizaje autónomo

Para Manrique (2004), Las Tecnologías de Información y comunicación abren nuevos caminos en la educación formal e informal, debido a su enorme potencial en cuanto a interacciones y comunicación, así como al acceso a la información, esto las transforma en un instrumento interactivo y activo; lo cual, para el docente resulta ser beneficioso, debido a que al integrar las TICs a un medio de aprendizaje, le permitiría acceder a múltiples fuentes de saber e implementar diferentes maneras de enseñanza (Manrique, 2004:7). Además, en palabras del autor, sobre la Educación a distancia, expresa que esta:

(...) se caracteriza por desarrollar el aprendizaje autónomo del estudiante, lo cual plantea al docente el reto de aprovechar las TICs para hacer más consciente a los participantes de su proceso de aprendizaje y su papel en la regulación del mismo. (Manrique, 2004:7).

Lo anterior, en palabras de Manrique, significa que, por parte del docente, quien es responsable del diseño pedagógico, y, por otro lado, de quien hace el diseño tecnológico o software, se logre alrededor de un tema específico:

(...) incorporar las estrategias que hemos mencionado: afectivo-motivacionales, de planificación, regulación y auto evaluación en la estructura del ambiente o entorno de aprendizaje, específicamente a través de las herramientas como el foro, el correo electrónico, chats, tablón de anuncios, programas de juegos y simulaciones, software educativo, entre otros. (Manrique, 2004:7).

Además, coincidiendo con Del Mastro (2003), Manrique (2004) menciona que “el desarrollo de la autonomía no sólo va a depender de la interacción del estudiante con el contenido a través del uso de las TICs en un ambiente de aprendizaje” (p.8). Para ambos teóricos, la autonomía en el estudiante se alcanza con las acciones propuestas desde el ambiente virtual en pro de motivar y ayudarlo en su adquisición progresiva de conocimiento, que junto con la interacción con el tutor y los demás participantes, promoverán “el intercambio o confrontación entre puntos de vista, que como vimos es importante en la autonomía intelectual, así como ejerciendo una regulación recíproca entre los participantes”. (Del Mastro, 2003, citada en Manrique, 2004:8).

2.2.3.5 Aprendizaje autónomo e integración curricular como una propuesta

Hacia el final de su ponencia, Manrique (2004), expuso una propuesta para integrar la autonomía de educando con el currículo académico en una educación secundaria de tipo rural que utilizara la educación a distancia como modalidad de trabajo, así como el uso de material impreso y un centro de recursos equipados con medios telemáticos (Manrique, 2004).

Dicha propuesta que incluye una autonomía creciente que:

(...) deberá adaptarse a las características de los estudiantes y a su especial contexto, así como a los recursos para el aprendizaje con los que se cuenten en términos del acceso a medios y materiales de carácter expositivos, activos e interactivos. (Manrique, 2004:8).

El autor concluye diciendo que dicha propuesta tendrá una tarea de base, la cual consistiría en crear “un perfil de nuestro estudiante en el cual se incluirá entre otras características, el nivel o grado de autonomía que ha logrado para enfrentar situaciones de aprendizaje en educación a distancia”. De esta manera, expresa que se podrán analizar factores relacionados con respecto:

(...) a como se encuentra su motivación hacia el curso o materia de estudio, cuán consciente es de sus capacidades y habilidades para aprender, si sabe formular metas personales si comparte las metas de aprendizaje que se proponen, qué capacidad tiene en la planificación de su estudio, si es capaz de regular su aprendizaje (evaluar condiciones, estrategias y recursos optimizando su uso), cómo emplea la evaluación a lo largo de su desempeño en el curso, entre otros. (Manrique, 2004:8).

2.2.3.6 Propuesta de estadios para el aprendizaje autónomo, dimensiones y estrategias en un currículo para la secundaria rural a distancia

La ponencia de Manrique, en 2004, cerró con la presentación de los estadios o fases sobre los cuales él estructura su propuesta. A continuación, se presentará cada etapa o estadio y se ampliará su información mediante las tablas 4, 5 y 6:

2.2.3.6.1 Estadio inicial de autonomía

Según Manrique (2004), se espera que luego de dos del estudio, el estudiante sea capaz de “monitorear a nivel de experto su proceso de motivación y la planificación de su estudio”. Además, el estudiante habrá desarrollado habilidades sociales para interactuar y realizar trabajos de manera colaborativa, y como valor agregado tendrá que “ser un estudiante con avance en su nivel de comprensión lectora, comunicación escrita y alfabetización icónica que le permita apropiarse de los contenidos curriculares propuestos para su grado de estudios” (Manrique, 2004:9).

Tabla 3:

Capacidades para el aprendizaje autónomo

	ESTRATEGIAS DE MOTIVACIÓN	ESTRATEGIAS DE PLANIFICACIÓN	ESTRATEGIAS DE AUTOREGULACIÓN	ESTRATEGIAS DE AUTOEVALUACIÓN	HABILIDADES COMUNICATIVAS Y SOCIALES DE SOPORTE
C A P A C I D A D E S	<p>Valora positivamente su capacidad para aprender</p> <p>Desarrolla confianza en sus capacidades y habilidades.</p> <p>Identifica condiciones emocionales que pueden influir en el estudio y sabe controlarlas.</p> <p>Demuestra motivación intrínseca por aprender a superar sus dificultades.</p>	<p>Identifica metas de aprendizaje (intrínsecas y extrínsecas).</p> <p>Se compromete a lograr metas de aprendizaje.</p> <p>Identifica condiciones físicas-ambientales que pueden influir en su estudio y sabe manejarlas.</p> <p>Analiza condiciones de la tarea: tipo de actividad, complejidad, secuencia a seguir, condiciones dadas, entre otras.</p> <p>Analiza las estrategias de aprendizaje más convenientes para lograr metas de aprendizaje.</p> <p>Determina el tiempo necesario para cumplir sus metas. Formula su plan de estudio.</p>	<p>Se inicia en la toma de conciencia de su capacidad de control sobre su aprendizaje.</p>	<p>Sobre la planificación del estudio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Evalúa la efectividad de su plan. • Analiza errores, fallos, Aciertos. • Utiliza lo aprendido en la formulación del siguiente plan. <p>Sobre su actuación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Evalúa su actuación en función de las metas y plan formulados. • Introduce cambios o mejoras en su actuación. <p>Sobre sus resultados de Aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se autoevalúa a partir de criterios dados. • Participa con idoneidad en procesos de coevaluación. • Utiliza la retroinformación dada a sus trabajos y pruebas para mejorar su aprendizaje. 	<p>Desarrollo de habilidades comunicativas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usa estrategias de comprensión lectora. • Produce textos comunicando con claridad el mensaje. • Lee e interpreta imágenes audiovisuales. <p>Desarrollo de habilidades sociales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Es capaz de integrarse a un grupo. • Participa aportando ideas, opiniones y llevando productos solicitados. • Se muestra asertivo. • Demuestra actitud de colaboración. • Es capaz de dar solución a conflictos que se presenten.

Nota: cuadro esquema elaborado y presentado por Manrique Villavicencio (2004:9), en su ponencia “El aprendizaje autónomo en la educación a distancia”, que se haya en

https://seminario-taller-apa-micea-tic.webnode.com.ar/_files/200000014-3bf4e3cefb/APRENDIZAJE_AUTONOMO_A_DISTANCIA.pdf

2.2.3.6.2 Estadio intermedio de la autonomía

Manrique (2004), continua su propuesta, exponiendo el segundo estadio, en el cual se espera que después de dos años, el estudiante pueda “manejar a nivel de experto la regulación de su forma de aprender”, así como, “haber logrado el desarrollo de habilidades sociales que le permitan realizar trabajos colaborativos” y en cuanto a habilidades “será un estudiante que está en un nivel avanzado de comprensión lectora, comunicación escrita y audiovisual, que le permita apropiarse de los contenidos curriculares integrados” (Manrique, 2004:10).

Tabla 4

Estrategia para el aprendizaje autónomo

ESTRATEGIAS DE MOTIVACIÓN	ESTRATEGIAS DE PLANIFICACIÓN	ESTRATEGIAS DE AUTORREGULACIÓN	ESTRATEGIAS DE AUTO-EVALUACIÓN:	HABILIDADES COMUNICATIVAS Y SOCIALES DE SOPORTE
Reconoce sus posibilidades y limitaciones y sabe aprovecharlas. Mejora el control sobre sus condiciones emocionales que pueden influir en el estudio. Demuestra una motivación intrínseca por aprender a superar sus dificultades.	Analiza con mayor criterio las condiciones de la tarea: tipo de actividad, complejidad, secuencia a seguir, condiciones dadas, entre otras. Mejora la selección de las estrategias de aprendizaje más convenientes para lograr metas de aprendizaje. Mejora la formulación de su plan de estudio que es realista y efectivo.	Revisa y ajusta las estrategias de aprendizaje utilizadas en función de la tarea. Revisa y ajusta las acciones que va realizando para lograr metas de aprendizaje.	Sobre su actuación • Evalúa su actuación en función a metas y plan formulado. • Introduce cambios o mejoras en su actuación Sobre sus resultados de Aprendizaje • Se autoevalúa a partir de criterios propuestos por sí mismo. • Propone criterios para la coevaluación. • Compara la progresión de sus resultados	Desarrollo de habilidades Comunicativas • Mejora sus estrategias de comprensión lectora • Produce comunicaciones en texto y video. Desarrollo de habilidades sociales: • Desempeña diversos roles en el grupo con idoneidad • Desarrolla proyectos colaborativos • Desarrolla habilidades para el trabajo individual

Nota: cuadro esquema elaborado y presentado por Manrique Villavicencio (2004:10), en su ponencia

“El aprendizaje autónomo en la educación a distancia”, que se haya en el enlace ya citado.

2.2.3.6.3 Estadio consolidado de autonomía

Concluye Manrique (2004), su propuesta, exponiendo el tercer y final estadio, en el cual al término de su educación secundaria (cinco años en total), este deberá alcanzar un nivel de experto “en el conocimiento de su forma de aprender y en la regulación de su propio aprendizaje, orientado hacia determinadas metas, haciendo uso óptimo de los diferentes recursos que tiene a su disposición en el centro” (Manrique, 2004:10).

Tabla 5

Capacidades y estrategias para el aprendizaje autónomo

ESTRATEGIAS DE MOTIVACIÓN	ESTRATEGIAS DE PLANIFICACIÓN	ESTRATEGIAS DE AUTORREGULACIÓN	ESTRATEGIAS DE AUTO-EVALUACIÓN:	HABILIDADES COMUNICATIVAS Y SOCIALES DE SOPORTE
Demuestra autocontrol de sus capacidades y condiciones emocionales.	Demuestra dominio en la formulación de su plan de estudio.	Evalúa y decide durante su actuación qué debe cambiar, ajusta para lograr sus metas.	Demuestra dominio en la formulación de criterios de evaluación antes, durante y al final de su proceso de estudio. Asume la evaluación como actitud y estrategia permanente de mejora.	Desarrollo de habilidades Comunicativas <ul style="list-style-type: none"> • Produce comunicaciones multimediales. Desarrollo de habilidades sociales: <ul style="list-style-type: none"> • Toma decisiones sobre su interacción con los otros en función a sus metas de aprendizaje personales. • Valora el aporte de los otros en su proceso de aprendizaje.

Nota: cuadro esquema elaborado y presentado por Manrique Villavicencio (2004:10), en su ponencia “El aprendizaje autónomo en la educación a distancia”, que se haya en el enlace ya citado.

2.3 Modelo de Van Hiele

El modelo educativo de van Hiele (1986), ha sido analizado, expuesto e implementado por una gran cantidad de investigadores. Es por esto que a partir de lo hallado en cierto autores clave, se expondrán las principales bases teóricas y planteamientos del matrimonio Van Hiele. Se inicia con lo expuesto por Fernando Fouz y Berritzegune de Donosti (s.f.) en su artículo “Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría”, quienes hablan del Modelo van Hiele

y dicen que está compuesto por cinco (5) niveles de razonamiento, cinco (5) fases de aprendizaje y el insight. Y que tanto los niveles como las fases, tienen como propósito fundamental promover el insight, que según van Hiele, se obtiene “cuando una persona actúa adecuadamente en una nueva situación y con intención” (1986).

Otra investigadora, Mary Luz Mesa Ciro, en 2013, analiza el modelo de Van Hiele en su tesis de Maestría “La evaluación como estrategia metodológica para el desarrollo de habilidades del pensamiento. Estudio de casos para el tema de segunda ley de Newton”, en la cual explica que para los Van Hiele (1986):

(...) la aplicación de este modelo a un concepto específico necesita el establecimiento de una serie de descriptores para cada uno de los niveles estudiados que permitan la detección de los mismos a partir de la actividad de los aprendices. Por esto las áreas o test diseñados para la detección de los niveles, deben recoger la relación existente entre un nivel y el lenguaje apropiado en cada uno de ellos. (Mesa C., 2013:26-27).

Agrega también que referente a la aplicación de estos tests, tienen “como objetivo primordial la detección de los niveles de pensamiento sin confundirlos con niveles de habilidad computacional o conocimientos previos” (2013:27). Por su parte, en relación con las fases de aprendizaje, estas son propuestas por los Van Hiele, con el propósito de “ayudar al docente a impartir la instrucción correspondiente a un alumno para que este progrese en su nivel de razonamiento” (2013:27). Al final de estos procesos, los estudiantes “habrán adquirido una nueva red de relaciones mentales más amplia que la anterior, completándola y reformulándola. La colección de las experiencias de aprendizaje propuestas para lograr este propósito se

denomina módulo de instrucción” (Mesa C., 20013:26-27). A continuación, se presentan de manera concisa, los niveles y las fases propuestas por los Van Hiele en 1986.

2.3.1 Los niveles de Van Hiele

Según este modelo, y en palabras de Moisés Zambrano (2005), el razonamiento geométrico se desarrolla en una secuencia de niveles, en la que cada nivel es un refinamiento del anterior y está caracterizado por un lenguaje particular, por unos símbolos y unos métodos de inferencia específicos. Debido a las particularidades de cada nivel, la instrucción es más efectiva si está cuidadosamente dirigida a cada uno. (Zambrano, M., 2005:29). Es de esta manera que estos niveles de razonamiento permiten describir los distintos tipos de razonamiento geométrico que los educandos poseen durante su formación en matemática, los cuales inician con el razonamiento intuitivo de los niños en preescolar llegando hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias. (Zambrano, M., 2005:30).

La docente Gloria María Braga, en 1991, escribió que si el modelo de van Hiele se implementa adecuadamente:

(...) el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todos (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). (Braga, 1991: §3).

Por su parte, Ángel Gutiérrez y Adela Jaime (1996), citados por Zambrano (2005), presentan los cinco niveles de Van Hiele de la siguiente manera:

- a. Nivel 1 (de Reconocimiento Visual o Visualización). Las figuras son juzgadas por su apariencia.

- b. Nivel 2 (de Análisis o Descripción). Las figuras son mensajeros de sus propiedades.
- c. Nivel 3 (de Clasificación y Relación o Teórico). Las propiedades son ordenadas lógicamente.
- d. Nivel 4 (de Deducción Formal o Lógica Formal). La Geometría es entendida como un sistema axiomático.
- e. Nivel 5 (de Rigor). La naturaleza de la lógica formal, en la cual los sistemas axiomáticos son estudiados. (Gutiérrez & Jaime, 1996), en Zambrano, 2005:30).

A continuación, se explicará de manera breve, en qué consiste cada uno, desde la visión de Gutiérrez & Jaime (1996).

2.3.1.1 Nivel 1 (de Reconocimiento Visual o Visualización).

Las figuras son juzgadas por su apariencia. Aquí los conceptos son considerados como entes globales más que como entes con componentes y atributos. El alumno aprende algo de vocabulario, identifica diferentes figuras y reproduce una figura dada. Por ejemplo, un estudiante reconocerá el dibujo de un rectángulo, pero quizás no sea consciente de muchas propiedades de los rectángulos (Gutiérrez & Jaime, 1996:51).

2.3.1.2 Nivel 2 (de Análisis o Descripción).

Las figuras son mensajeros de sus propiedades. En este nivel comienzan a analizarse los conceptos, aparecen propiedades que permiten conceptuar. El razonamiento propio de este nivel incluye el descubrimiento y la generalización de propiedades a partir de la observación de unos pocos casos. (Gutiérrez & Jaime, 1996:50-51).

2.3.1.3 Nivel 3 (de Clasificación y Relación o Teórico).

Las propiedades son ordenadas lógicamente. En este nivel se realizan clasificaciones lógicas de los objetos y se descubren nuevas propiedades con base en propiedades o relaciones ya conocidas y por medio de razonamiento informal. El alumno entiende y puede reproducir una demostración formal, no compleja, cuando se le va explicando paso a paso, pues sólo necesita la implicación directa entre una situación y otra. Sin embargo, no comprende en su totalidad el significado de la deducción de las demostraciones o el papel de los axiomas. (Gutiérrez & Jaime, 1996:51).

2.3.1.4 Nivel 4 (de Deducción Formal o Lógica Formal).

La Geometría es entendida como un sistema axiomático. En este nivel se comprende ahora la relación existente entre términos indefinidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones. Aquí el estudiante tiene capacidad para realizar razonamientos lógicos formales, construye sin tener que memorizar las demostraciones, desarrolla demostraciones de más de una forma, entiende la interacción de las condiciones necesarias y suficientes. (Gutiérrez & Jaime, 1996:51).

2.3.1.5 Nivel 5 (de Rigor).

La naturaleza de la lógica formal, en la cual los sistemas axiomáticos son estudiados. En este último estadio, el alumno puede trabajar en distintos sistemas axiomáticos; puede estudiar desde un punto de vista totalmente abstracto. (Gutiérrez & Jaime, 1996:51-52). Como se observa en la ilustración 3:

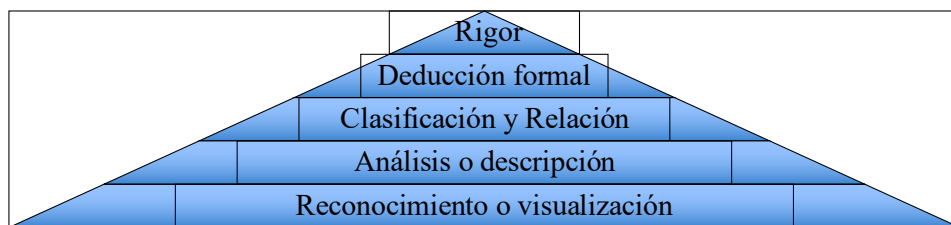


Ilustración 3: Los niveles de razonamiento según el modelo Van Hiele (1986), interpretados por Gutiérrez & Jaime (1996).

En esta investigación se utilizan estos niveles en la enseñanza de un tema de la trigonometría y debido a la relación que esta tiene con la geometría, es fácilmente aplicable; estos niveles presenta al docente una ruta metodológica que permite organizar y clasificar el conocimiento de los estudiantes y aplicarlo a la creación de un curso virtual.

2.3.2 Fases de aprendizaje del modelo Van Hiele

Teniendo como base la teoría de Van Hiele, Zambrano (2005), citando a Usiskin (1991), explica que:

(...) su teoría tiene una propiedad que establece, que la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; se da bajo la influencia de un programa de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, mientras que los niveles de razonamiento nos orientan acerca de cómo secuenciar y organizar el currículo geométrico de una forma global, el objetivo de las Fases de Aprendizaje es favorecer el desplazamiento del alumno(a) de un nivel al inmediatamente superior mediante la organización de las actividades de enseñanza y aprendizaje. (Usiskin, 1991, en Zambrano, 2005: 31).

También explica que la combinación de la teoría y el método, permitieron que el modelo alcanzara una influencia real en la elaboración de currículos de geometría en distintos países. De esta manera, la organización de las actividades de enseñanza y aprendizaje del

método de fases de aprendizaje, comprende una secuencia precisa de cinco fases o estados de aprendizaje, como se observa en seguida:

2.3.2.1 Fase Primera:

Información. Su finalidad es la de obtención de información recíproca profesor-alumno. El propósito de la actividad a realizar es doble, que el profesor conozca los conocimientos que los alumnos poseen del tópico a tratar y que los alumnos sepan qué dirección se dará al estudio a realizar, los tipos de problemas que se vayan a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc.

2.3.2.2 Fase Segunda:

Orientación Dirigida. Los alumnos exploran el tópico a estudiar empleando los materiales que el profesor secuencia cuidadosamente. Van Hiele (1986) señala esta fase como fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente y si las actividades se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento del nivel superior. El propósito es guiar a los estudiantes a través de la diferenciación de nuevas estructuras basadas en aquellas observadas en la primera fase.

2.3.2.3 Fase Tercera:

Explicitación. Su objetivo es que los estudiantes sean conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y que consoliden el vocabulario propio del nivel. En esta fase es fundamental el diálogo entre los estudiantes, con intervenciones del profesor cuando sea necesario. Este debate entre compañeros enriquecerá notablemente el conocimiento de

cada estudiante, pues los obliga a organizar sus ideas y expresarlas con rigor, pone de relieve los métodos y resultados incorrectos y afianza los correctos. El profesor es ahora cuando introduce todo el lenguaje técnico. Van Hiele condiciona el entendimiento real al éxito de esta fase.

2.3.2.4 Fase Cuarta:

Orientación Libre. En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores, y generalmente, más complejos. Las actividades deben permitir resolver situaciones nuevas con los conocimientos que adquirieron previamente. No deben orientarse a la consecución de ningún objetivo básico de ese nivel, puesto que éstos ya se deben haber obtenido en la segunda fase. Son adecuadas situaciones abiertas, en las que el estudiante pueda explorar diversas posibilidades pero siempre utilizando lo que aprendió anteriormente.

2.3.2.5 Fase Quinta:

Integración. Los estudiantes revisan y resumen en esta fase lo que han aprendido, con el objetivo de formarse una visión general del nuevo conjunto de objetos y relaciones construidas. El profesor puede ayudar a realizar esta síntesis, pero sin introducir nada nuevo. (Usiskin, 1991, en Zambrano, 2005: 31-32).

En la ilustración 4, se muestra un esquema que expone de manera resumida las fases de Van Hiele, analizadas por Usiskin (1991) en el texto de Zambrano (2005).

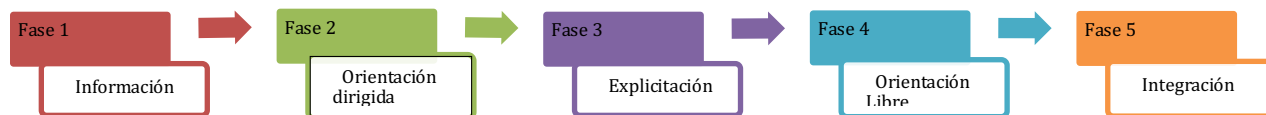


Ilustración 4: Fases del aprendizaje del modelo van Hiele (1986).

2.4 El uso de las TICs en el apoyo de la enseñanza de las matemáticas

Para Sandra Castillo, quien, en 2008, publicó su artículo “Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática”, las TIC brindan diversos beneficios, como que “pueden apoyar a las investigaciones de los alumnos en varias áreas de las matemáticas, como números, medida, geometría, estadística, álgebra, pues se espera que cuando dispongan de ellas logren concentrarse en tomar decisiones, razonar y resolver problemas”. (Castillo, 2008:185).

Además, es un hecho que “La existencia, versatilidad y poder de las TIC hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deben aprender los alumnos, así como examinar la mejor forma en que puedan aprenderlas”. (Castillo, 2008). La autora plantea que existe una relación entre “el constructivismo y la matemática educativa asistida por las tecnologías de información y comunicación”. Ante lo cual, hace la siguiente pregunta: “¿cómo usar las TIC con un enfoque constructivista en matemática educativa?”. Para ello, cita a Sánchez (2000), quien expresa los siguientes usos de las TICs:

- Como herramientas de apoyo al aprender, con las cuales se pueden realizar actividades que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los alumnos.

- Como medios de construcción que faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo.
- Como extensoras y amplificadoras de la mente, a fin de que expandan las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes significativos.
- Como medios transparentes o invisibles al usuario, que hagan visible el aprender e invisible la tecnología.
- Como herramientas que participen en un conjunto metodológico orquestado, lo que potencia su uso con metodologías activas como proyectos, trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples, donde aprendices y facilitadores coactúen y negocien significados y conocimientos, teniendo a la tecnología como socios en la cognición. (Sánchez, 2000, en Castillo, 2008:185).

La autora opina que conocer y aprender lo hacen y construyen los estudiantes, evidencia que tecnología es una herramienta útil que, cuando es manejada con un enfoque metodológico y un diseño adecuado, se convierte en medio para construir y crear Castillo (2008). En su artículo, también manifiesta que “luego de conocer los beneficios del uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”, y de “revisar cómo usarla con un enfoque constructivista”, aparece otra pregunta: “¿Se puede construir conocimiento matemático usando las TIC?”. Para esto, acude a otro teórico, quien afirma que aunque existen tres medios de adquisición de información por parte de los individuos, como los son la familia, la escuela y los medios de comunicación, es labor del docente ayudarles a encauzar estas “tres corrientes de influencias en un mismo caudal”, lo que permitirá, que estos potencien y desarrollen “su

personalidad (afectiva, social y cognitiva) en forma más equilibrada e integral con el mundo que lo rodea”. (Cebrián de la Serna, 1999, en Castillo, 2008:186).

Lo que se debe propender desde las aulas es que, desde el saber, los estudiantes hagan construcción del saber mismo, pero “con reflexión y fórmulas de trabajo colaborativo”, con miras al mismo tiempo hacia “un pensamiento racional y científico” (Cebrián de la Serna, 1999). Para ello, es preciso contar con los pre saberes de cada individuo, productos de su interacción con la familia, los medios de comunicación y otros recursos tecnológicos Castillo, 2008:186). Según de la Serna (1999), “el conocimiento previo es uno de los principios del aprendizaje constructivista; entre sus características podemos señalar”:

- Implicación directa del alumnado en el aprendizaje y en la enseñanza al estar en contacto con situaciones del mundo real y cercano donde utilizan recursos tecnológicos.
- Surgimiento de nuevas temáticas en la investigación que despiertan el interés y la motivación del alumnado.
- Desarrollo de procesos y capacidades mentales de niveles superiores en proyectos informáticos. (Cebrián de la Serna, 1999, en Castillo, 2008:186).

Estos aspectos mostrados, deben implicar una mirada de las TIC más allá de su naturaleza como medios, deben observarse como “elementos motivadores, creadores, que facilitan los procesos cognitivos de manera integrada con los demás elementos del currículo”, además, para Castillo (2008) debe ser de vital índole el “contenido matemático que desarrollará el docente al ocupar las TIC”, debido a que este hecho implica que “se debe abordar desde el punto de vista de los contenidos para que haya una comprensión del conocimiento matemático,

mientras el docente usa las tecnologías de información y comunicación en sus prácticas pedagógicas”. (p.186).

2.5 MOOCS

En su artículo “MOOCs, una visión crítica y una alternativa complementaria: La individualización del aprendizaje y de la ayuda pedagógica”, de 2013, Miguel Zapata-Ros, menciona que los MOOCS poseen una “fundamentación epistemológica: el conectivismo”. Para sustentar su punto de vista, cita a Downes (2011) quien dice que: “Los MOOCS combinan el contenido abierto y la enseñanza abierta, pero también son compatibles con la participación masiva. Eso se logra mediante la adopción de una pedagogía y una estructura conectivista”. (Downes, 2011, en Zapata-Ros, 2013:24).

Por su parte, el Conectivismo es expuesto como forma de teoría que busca superar a las “las tres grandes teorías” sobre el aprendizaje: conductismo, cognitivismo y constructivismo”. Zapata-Ros, dice que Popper (1957), afirma que con respecto a estas teorías “son experimentos, hipótesis provisionales, puestas a prueba para observar si funcionan; y toda demostración experimental es sencillamente el resultado de las pruebas llevadas a cabo con mi espíritu crítico, en un intento de averiguar dónde yerran nuestras teorías”. (Popper, 1957, en Zapata-Ros, 2013:24).

2.5.1 Definición de MOOC

Un MOOC (Massive Open Online Course) en palabras sencillas es un Curso On-line Abierto y Masivo, lo que traducido al argot popular quiere decir que se trata de un curso a distancia, que es accesible a través de internet, en el cual se puede apuntar cualquier persona y

es sin límite de participantes. Ahora bien, es importante ahondar un poco más sobre su significado, por esto, en palabras de Miguel Ángel Bringas Gutiérrez y Cuauhtémoc Domínguez Nava, quienes, en 2014, presentaron su ponencia “Más allá de OCW: los cursos masivos abiertos en línea (MOOCs)”, en la cual, exponen lo siguiente acerca de las siglas de MOOC, como se ve en la ilustración 5:

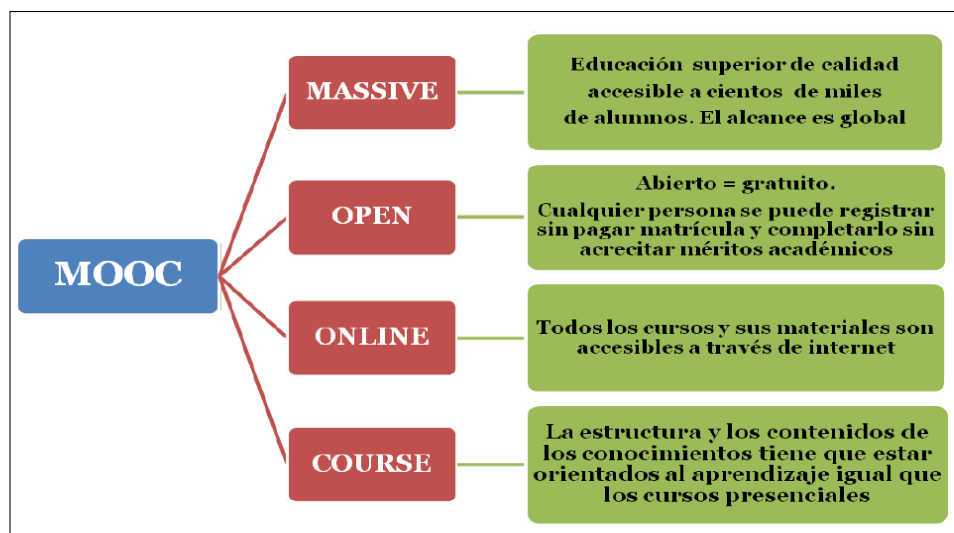


Ilustración 5: MOOC y sus siglas en inglés con su respectivo significado.

Nota. Esquema creado por Miguel Ángel Bringas Gutiérrez y Cuauhtémoc Domínguez Nava (2014), en la Ponencia “Más allá de OCW: los cursos masivos abiertos en línea (MOOCs)”, pp. 3. Tomado desde https://www.aehe.es/wp-content/uploads/2014/06/s4_bringas_dominguez.pdf

2.6 Categoría de la base de conocimiento

Según Lee Shulman (2005), en su artículo “CONOCIMIENTO Y ENSEÑANZA: FUNDAMENTOS DE LA NUEVA REFORMA. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform”, expresa que, si fuera necesario “organizar los conocimientos del profesor en un manual, en una enciclopedia o en algún otro tipo de formato para ordenar el saber”, dicho tratado debería incluir las siguientes categorías de conocimiento:

- Conocimiento del contenido.
- Conocimiento didáctico general, teniendo en cuenta especialmente aquellos principios y estrategias generales de manejo y organización de la clase que trascienden el ámbito de la asignatura.
- Conocimiento del currículo, con un especial dominio de los materiales y los programas que sirven como “herramientas para el oficio” del docente.
- Conocimiento didáctico del contenido, esa especial amalgama entre materia y pedagogía que constituye una esfera exclusiva de los maestros, su propia forma especial de comprensión profesional.
- Conocimiento de los alumnos y de sus características.
- Conocimiento de los contextos educativos, que abarcan desde el funcionamiento del grupo o de la clase, la gestión y financiación de los distritos escolares, hasta el carácter de las comunidades y culturas.
- Conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos. (Shulman, 1986 y Shulman & Sykes, 1986, citados por Shulman, L., 2005:10-11).

Para el autor, entre estas categorías, el conocimiento didáctico del contenido adquiere particular interés porque identifica los cuerpos de conocimientos distintivos para la enseñanza. También, porque representa la mezcla entre materia y didáctica por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos, y se exponen para su enseñanza. (Shulman 2005:11).

2.7 Modelo TPACK

Con las siglas TPACK se hace mención al acrónimo de la expresión “Technological Pedagogical Content Knowledge” (TPCK o TPACK). Este modelo según Lizzet Barajas Alcalá y Omar Cuevas Salazar (2017), busca “reflexionar sobre los tres tipos de conocimientos que los profesores necesitan dominar para incorporar las TIC de forma eficaz en sus prácticas educativas con el fin de lograr un aprendizaje significativo de los alumnos”. (Barajas Alcalá & Cuevas Salazar, 2017:3). Entonces TPACK, se trata de un modelo de enseñanza y aprendizaje, que identifica los tipos de conocimiento que un docente necesita dominar para integrar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) de una forma eficaz en la enseñanza que imparte. A su vez, este se incluye entre los modelos cognitivos en ambientes cooperativos donde, además, se utiliza la tecnología.

Para Barajas Alcalá & Cuevas Salazar (2017), El modelo TPACK que en español significa *Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido*, se apoya en los postulados de Shulman (1986) acerca del análisis del Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK); en el cual menciona que los docentes deben poseer conocimientos relacionados con el contenido de las materias que imparten, así como conocimientos en pedagogía. (Shulman, 1986, citado por Barajas Alcalá & Cuevas Salazar, 2017:3).

Relacionado con esto, los autores citan a Cabero et al. (2015), quienes exponen que existen tres elementos que intervienen en la adquisición de conocimientos, según el modelo TPACK, como se ve a continuación:

- a. Content Knowledge (CK) o conocimiento sobre el contenido de la materia concreta que se quiere enseñar.

- b. Pedagogical Knowledge (PK) o conocimiento de la pedagogía necesaria para que el alumnado alcance esos contenidos.
- c. Technology Knowledg (TK) o conocimiento de la tecnología que interviene en el proceso de aprendizaje. (Cabero et al., 2015, citado por Barajas, A. & Cuevas, S., 2017:3).

Como cierre de este apartado, los autores exponen que partiendo de estos tres componentes básicos se llevan a cabo diversas combinaciones metodológicas, de tal forma que se construya un entramado de interrelaciones que todo docente debe conocer y utilizar para una correcta integración de las TIC en su actividad diaria (Mishra y Koehler, 2006, en Barajas, A. & Cuevas, S., 2017:3).

2.8 *El Knowledge Quartet*

Para Horacio Solar Bezmalinovic y Jordi Deulofeu (2014), en su investigación TRATAMIENTO DE LA CONTINGENCIA DESDE EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DE ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS, este concepto se refiere a una “teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia”, lo que en palabras Rowland et al., (2005), significa:

- a. *Los fundamentos* se asocian al conocimiento del contenido matemático del profesor y al conocimiento teórico sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- b. *La Transformación* es la dimensión más similar a la conceptualización de Shulman del conocimiento pedagógico del contenido, es decir, cómo toma un profesor su propio conocimiento de los contenidos y lo transforma en formas que sean accesibles a los

alumnos. En esta dimensión se presta especial atención del profesor al uso de representaciones, ejemplos, explicaciones y analogías.

- c. *La conexión*, que tiene relación con las acciones que un profesor realiza para provocar conexiones entre diferentes objetos matemáticos, y anticipar dificultades y errores típicos en un tema determinado. Dado que no todos los aspectos de la lección pueden ser previstas.
- d. *La contingencia* es la dimensión que se centra en las acciones del profesor en momentos imprevistos e inesperados. (Rowland et al., 2005, citados por Solar, B., & Deulofeu, J., 2014:318).

Sumado a esto, los autores aclaran que “Dentro de cada una de las cuatro dimensiones existen categorías que identifican aspectos específicos de la enseñanza de las matemáticas a tener en cuenta en la planificación, implementación y evaluación”. (Solar, B., & Deulofeu, J., 2014:319).

2.9 La trigonometría en la Educación Media

En los estándares de competencia entregados por el Ministerio de Educación Nacional MEN (23 de Julio de 2014), en los Derechos Basicos de Aprendizaje o DBAs (29 de octubre de 2016), y en la Matriz de Referencia para Matemáticas en Grado Noveno del MEN. (2015), se proponen algunos temas de trigonometria para ser impartidos en el grado décimo de educación media; para ser mas explícito en el DBA numeró 4 para grádo décimo se escribe el siguiente derecho básico de aprendizaje: “*Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones*”, el cual tiene como evidencias de este aprendizaje las siguientes:

- Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente.
- Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.
- Calcula algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario.
- Reconoce algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros.
- Modela fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas.

Contenidos que muestran la importancia de la trigonometría y de la transformación de estas expresiones trigonométricas en expresiones equivalentes, para el desarrollo de la ciencia.

2.9.1 La enseñanza de la trigonometría en la secundaria: tendencias.

En su tesis de Maestría, Alexandro Damián Solarte Pérez, en 2014, expone que un docente enfocado en aumentar el rendimiento académico de sus estudiantes, debe poseer el manejo experto en su proceso de enseñanza-aprendizaje. Para Solarte Pérez, el docente se debe actualizar acerca “de la evolución histórica del tema de su enseñanza”, ya que esta puede cambiar, asimismo, debe estar en capacidad de “deducir resultados enmarcados en conceptos y propiedades de la Matemática superior, innovar conceptos con tendencias didácticas nuevas y haciendo uso de las tecnologías como asistente para plasmar un aprendizaje significativo”. (Solarte Pérez, 2014:8). En su tesis, el autor, también menciona que:

Según la *National Council of Teachers of Mathematics* (1992), en el currículum de matemáticas básicas se debe tener en cuenta el estudio de la Trigonometría, con el fin de que todos los alumnos estén capacitados para aplicarla en la resolución de todos aquellos problemas donde estén presentes triángulos, además, que puedan explorar aquellos fenómenos periódicos de su contexto cotidiano usando para ello las funciones seno y coseno; también para que puedan reconocer la conexión existente entre las funciones trigonométricas y los fenómenos periódicos, aplicando técnicas sencillas de representación gráfica de funciones trigonométricas, junto a las propiedades de las funciones trigonométricas en el trabajo con vectores, coordenadas polares, números complejos y series³· (Vilches, 2005, en Solarte Pérez, 2014:8).

2.9.2 Identidades trigonométricas

En la página web “La guía Matemática”, el 8 de abril de 2010, Victoria Pérez publicó acerca de este término diciendo que “Las identidades trigonométricas son igualdades que involucran funciones trigonométricas”, además agregó que “Estas identidades son siempre útiles para cuando necesitamos simplificar expresiones que tienen incluidas funciones trigonométricas, cualesquiera que sean los valores que se asignen a los ángulos para los cuales están definidas estas razones”. Asimismo, aclara que “Las identidades trigonométricas nos permiten plantear una misma expresión de diferentes formas” y lo ejemplifica así: “Para simplificar expresiones algebraicas, usamos la factorización, denominadores comunes, etc. Pero para simplificar expresiones trigonométricas utilizaremos estas técnicas en conjunto con las identidades trigonométricas”. (Pérez, V., 2010: §1).

Según Pérez (2010), refiriéndose a las relaciones pitagóricas, explica que:

(...) es posible encontrar otras identidades y demostrar algunas identidades trigonométricas. Mediante estas relaciones si conocemos las medidas de los catetos de un triángulo rectángulo podemos calcular la medida de la hipotenusa (lado opuesto al ángulo recto) y si conocemos la medida de la hipotenusa y la de un cateto podemos calcular la medida del otro cateto. Entonces diremos que el teorema de Pitágoras es un teorema que se aplica únicamente a triángulos rectángulos, y nos sirve para obtener un lado o la hipotenusa de un triángulo, si es que se conocen los otros dos. (Pérez, V., 2010: §6).

2.9.3 Identidades trigonométricas pitagóricas

Las identidades trigonométricas pitagóricas se obtienen al aplicar el teorema de pitágoras su usando las lineas trigonométricas, de allí su nombre; si observamos las lineas trigonométricas generadas en la circunferencia goniométrica, podemos observar que se generan tres triángulos rectángulos.

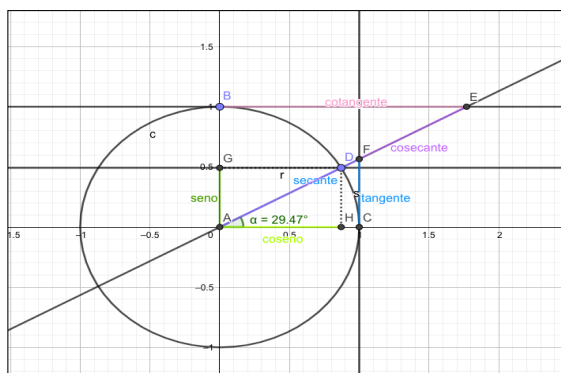


Ilustración 6: Circunferencia goniométrica y razones.

Nota. Diseño propio.

El uso combinado del Teorema de Pitágoras y los 3 triángulos generados en la figura anterior, permite deducir de forma simple las identidades trigonométricas:

$$\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$$

$$\text{tan}^2\theta + 1 = \text{sec}^2\theta$$

$$\text{cot}^2\theta + 1 = \text{csc}^2\theta$$

Identidades trigonométricas pitagóricas

Otra forma de deducir las identidades trigonométricas pitagóricas podría ser: supóngase un triángulo rectángulo de catetos a, b e hipotenusa c, de acuerdo al Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dividiendo entre c^2 ambos lados de la igualdad.

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2}$$

Lo cual es equivalente a:

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1$$

Y por definición de las razones Seno y Coseno tendríamos que:

$$\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$$

Recombinando estas identidades se pueden mostrar otras, como, por ejemplo:

$$(\text{tana} + 1)^2 + (\text{cota} + 1)^2 = (\text{seca} + \text{csca})^2$$

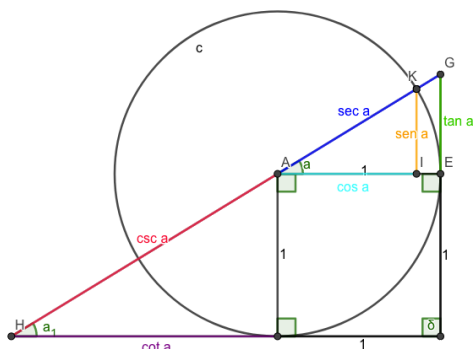


Ilustración 7: Dibujo de la identidad

Nota. Diseño propio.

Esta identidad se puede verificar usando identidades trigonométricas pitagóricas

3 METODOLOGÍA

La presente investigación se realiza en el marco de la Didáctica de la Matemática. Es una investigación cualitativa de tipo interpretativo, basada en la enseñanza en las identidades trigonométricas pitagóricas con estudiantes de grado 10° de educación secundaria en la institución educativa Liceo Quindío de Salento. A su vez, se enmarca dentro de los conceptos de la metodología del trabajo colaborativo, con un enfoque de aprendizaje Socioc constructivista, donde el estudiante tiene un papel esencialmente activo y los conocimientos los construye de manera significativa en la medida que se enfrenta a una situación problema. A continuación, se describe de forma breve el proceso metodológico de esta investigación:

Partiendo de la observación del contexto y de determinadas situaciones en el aula, se realiza el planteamiento el problema y los objetivos de investigación. Luego se establecen los

parámetros referentes a población y muestra, instrumentos de recolección de datos y diseño de la unidad didáctica a implementar con los participantes de la muestra. De manera simultánea, se indaga y describe el contexto sociodemográfico en el que se desarrolla este proyecto pedagógico. Además, se dan a conocer los criterios que se emplean en la selección del software, la elaboración del MOOC y las características que aparecen en los estudiantes de los cursos con los cuales se va a desarrollar el trabajo; también se decide no diseñar el curso masivo y abierto por seguridad de los mismos estudiantes, debido a que son menores de edad y por seguridad informática, no es prudente permitirles que trabajen de forma colaborativa con personas adultas de todo el mundo. Con respecto a la implementación y análisis de hallazgos, estos serán los pasos a seguir:

- a. Se diseñará una unidad didáctica con su respectivo MOOC. Al mismo tiempo, se usará el Planeador de aula y la entrevista, como instrumentos para el registro de información durante las clases con los estudiantes.
- b. Se aplicarán los instrumentos diseñados con los participantes seleccionados, tanto para la clase como para las entrevistas, así: en 3 secciones de 40 minutos.
- c. Sobre la población objeto, cabe aclarar que serán estudiantes de grado 10° de la Institución Educativa Liceo Quindío del municipio de Salento (Q). Por consiguiente, la muestra será un grupo de 15 estudiantes, elegidos al azar de cada uno de los (2) grupos, para un total de 30 participantes con un promedio de edad de 16 años y con características socioculturales muy similares entre sí.
- d. Posteriormente, se hará el análisis de la información obtenida haciendo énfasis en clarificar cuáles fueron los avances logrados por los estudiantes respecto al

concepto de Intervalo en la recta real en el marco de la investigación. Con el análisis de la experiencia, se contrastarán los resultados obtenidos con los de otras investigaciones previas y similares, que, en caso de haberlas, servirán para enriquecer las conclusiones acerca de los hallazgos más significativos de esta experiencia pedagógica.

e. Finalmente se redactará el informe definitivo y se presentará ante la comunidad educativa del municipio de Salento.

Se espera que este ejercicio pedagógico de investigación tenga repercusiones positivas y duraderas en las vidas académicas y laborales de los futuros egresados del Liceo Quindío, así como en la comunidad educativa a la cual pertenecen dichos educandos.

3.1 Diseño de la investigación cualitativa

El diseño de la investigación cualitativa constituye un método de investigación utilizado ampliamente por los científicos e investigadores que estudian el comportamiento y los hábitos humanos. Generalmente, la investigación cualitativa es considerada como precursora de la investigación cuantitativa, ya que a menudo se utiliza para generar posibles pistas e ideas que se pueden utilizar para formular una hipótesis verificable y realista. Luego, esta hipótesis puede ser probada exhaustivamente y analizada matemáticamente con los métodos de investigación cuantitativos estándares.

Por estas razones, estos métodos cualitativos suelen estar estrechamente relacionados con entrevistas, técnicas de diseño de encuestas y estudios de caso individuales, para reforzar y evaluar los resultados en una escala más amplia.

Los métodos cualitativos son, probablemente, los más antiguos de todas las técnicas científicas. Los antiguos filósofos griegos observaban cualitativamente el mundo a su alrededor, tratando de encontrar respuestas a lo que veían.

Para esta investigación se realizó un análisis a través de la observación directa y participante del docente, además de la recolección de información a través del registro de experiencias en videos.

3.2 Contexto de la investigación

Como se mencionó, esta investigación se realizó con estudiantes de grado 10° de la institución educativa Liceo Quindío del municipio de Salento Quindío.

De los dos grupos de Grado 10° que hay en la institución, la investigación se llevó a cabo con el grupo 10-02 con 37 estudiantes; pero ya que el diseño de la secuencia didáctica, planteaba un examen diagnóstico, cuyo fin era permitir la inscripción a los estudiantes en un curso específico dependiendo de su resultado, entonces se realizó la observación con aquellos estudiantes que quedaron en el nivel cero, los cuales fueron alrededor de 12 estudiantes. Es de resaltar que el municipio de Salento tiene una economía basada en el turismo y esto hace que el municipio cuente con buenas redes de conexión a Internet y que muchos de los estudiantes posean Smartphone con servicio de Internet, lo cual resultó ser un factor positivo para los usos de ambiente virtual planteados en este proyecto pedagógico.

3.3 Instrumentos utilizados en la investigación

3.3.1 *Observación directa*

La observación para Santos Guerra (1999) es fundamental en la metodología de investigación cualitativa. El autor considera que no se trata solo de mirar, que es necesario ir más allá en una búsqueda por respuestas objetivas y útiles, aunque para ello, expresa que es clave “educar los ojos para ver” lo que otros no captan a simple vista, es decir, la observación con fines investigativos requiere de preparación previa.

Por ello, citando a otros autores, Santos Guerra (1999), expresa que este tipo de actividad se desarrolla «de una forma no sólo deliberada y consciente, sino de un modo sistemático, ordenando las piezas, anotando los resultados de la observación, describiendo, relacionando, sistematizando y, sobre todo, tratando de interpretar y de captar su significado y alcance.» (Ruiz e Ispizúa, 1989, citado por Santos G., 1999: 425).

3.3.2 *Registros en video.*

Además de la observación directa del contexto, el investigador requiere recopilar datos que le permitan reproducir de manera vivida las situaciones a analizar, es por esto que se vale de los recursos que ofrece la tecnología. Para la presente investigación se hizo uso de registros audiovisuales, los cuales captaron situaciones específicas durante el desarrollo de las sesiones de clase. La importancia de estos registros, queda de manifiesto en las palabras de Rodríguez Gómez et al (1996): “Para recoger y registrar información el investigador cualitativo se servirá de diferentes sistemas de observación (Grabaciones en vídeo, diarios, observaciones no estructuradas) de encuesta (entrevistas en profundidad, entrevistas en grupo) documentos de

diverso tipo, materiales y utensilios, etc.” (p.5). Los autores a su vez explican que, al inicio del proceso, la cantidad de información debe ser amplia, para luego focalizarla y hacerla más reducida y que esta se ajuste hacia los objetivos propuesto.

3.3.2.1 Fase analítica.

Para el cumplimiento de esta fase, será necesario realizar tres acciones puntuales, a saber: reducir los datos obtenidos en la observación y los diversos registros de las sesiones, luego disponer y transformar estos datos, para después obtener de resultados, hallazgos que verifiquen las conclusiones finales Rodríguez Gómez et al (1996:6).

3.3.2.2 Fase informativa.

Según Rodríguez Gómez et al (1996), esta fase consiste en la creación de un registro escrito o informe que dé cuenta de los principales hallazgos y conclusiones del proceso: “El informe cualitativo debe ser un documento convincente presentando los datos sistemáticamente que apoyen el caso del investigador y refute las explicaciones alternativas” (p.6).

3.4 Diseño del modelo pedagógico para la enseñanza de las Identidades Trigonométricas Pitagóricas.

En la tabla 3, se relacionan los elementos o características del modelo Socioconstructivista con las teorías del aprendizaje colaborativo, basado en problemas y autónomo. Se podrá observar que se coloca una equis (X) en el elemento que más relaciona la característica de la teoría de aprendizaje con una de las características del modelo Socioconstructivista. Para la elaboración de

este cuadro se tuvo en cuenta la población muestra y el aporte de los integrantes del grupo de investigación.

Tabla 6

Matriz del Modelo Pedagógico

MATRIZ MODELO PEDAGÓGICO		ENFOQUE PEDAGÓGICO SOCIOCONSTRUCTIVISTA				
		CARACTERÍSTICAS				
TEORÍAS DE APRENDIZAJE/CARACTERÍSTICAS		Contexto-Aprendizaje situado	Instrumentos	andamiaje	Tutoría	Cooperativo
APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS	Trabajo en equipo					X
	Consciente del propio aprendizaje		X			
	Se debe identificar el problema del contexto	X				
APRENDIZAJE COLABORATIVO	Conformación de comunidades virtuales					X
	Andamiaje			X		
	Trabajo en equipo				X	
	Diseño por módulos		X			
APRENDIZAJE AUTÓNOMO	El estudiante aprende a construir su propio conocimiento	X				
	Autorregulación				X	
	Condiciones físicas y ambientales para el aprendizaje	X				

	Autoevaluación			X		
--	----------------	--	--	---	--	--

Nota. Diseño propio Tabla 3, creado en el grupo de investigación de la Maestría En Enseñanza de la Matemática. UTP (2017).

Como se aprecia en la tabla anterior, los elementos del modelo que se cruzan con las diferentes teorías de aprendizaje, generan un nuevo esquema pedagógico que está formado por estos nueve elementos, que se incluirán dentro de la elaboración de la secuencia didáctica a implementar.

3.5 Secuencia didáctica

Siguiendo con la estructuración de la propuesta pedagógica, fue necesario estructurar una secuencia didáctica la cual describiera una sucesión de actividades ordenadas que estén cada una de ellas justificadas dentro de los teóricos mencionados en este trabajo. Es por esto que en esta secuencia se incluyen actividades como foros, chats, talleres, evaluaciones, lecturas, y otro tipo de actividades que apuntaran al diseño del modelo pedagógico institucional. La secuencia didáctica se divide en tres grandes momentos:

- a. Actividades iniciales, en las cuales se incluyeron una actividad motivadora y las instrucciones del trabajo a realizar.
- b. En el segundo momento se desarrolló el tema explicando el paso a paso de cada uno de los niveles, es de aclarar que, a nivel estructural, el MOOC se dividió en 4 niveles, y que cada nivel se construyó con la misma estructura metodológica, por lo cual la secuencia se organizó de forma que se pudiera aplicar a cualquiera de los niveles.

- c. El tercer momento fueron las actividades de cierre, en donde se hallan la autoevaluación y el examen final que permitieron que el estudiante continuara en su proceso al siguiente Nivel del modelo Van Hiele.

En esta secuencia también se tuvo en cuenta cada una de las fases propuestas en el Modelo de Van Hiele, esto con el fin de permitir que cada estudiante pudiera avanzar de un curso a otro cumpliendo con las habilidades y competencias que debe tener en cada uno de ellos.

Tabla 7:

Secuencia didáctica implementada en las sesiones de clase

Docente	Julián Andrés Herrera Mayorga
Nombre de la secuencia	Curso MOOCs
Tiempo	1 Hora
Maestría	Enseñanza de la matemática
IE	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LICEO QUINDÍO
Fecha de elaboración	20/6/2018

Inicio			
#	Tiempo (min)	Actividad de aprendizaje	Recurso
1	10	Actividades de introducción: <ul style="list-style-type: none"> • Explicación de los diferentes cursos virtuales que existen en la actualidad. • Explicación de que es un MOOC. • Explicación de la plataforma virtual de Moodle, su funcionamiento. 	Televisor computador
2	10	Actividad motivadora: <ul style="list-style-type: none"> • Reflexión sobre la importancia de implementar elementos tecnológicos en el proceso de enseñanza de las matemáticas. • Presentación de MOOCs ofrecidos por universidades. 	Videos computador
3	60	Actividad Diagnóstica: <ul style="list-style-type: none"> • Ingreso al punto vive digital e ingreso al MOOC www.lqmatematicas.xyz • Explicación de la actividad académica a través del chat de la actividad. 	Computador

		<p>DIAGNÓSTICO</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicación del primer examen diagnóstico. • Socialización de los resultados del primer examen diagnóstico • A los estudiantes que perdieron el primer examen diagnóstico se matricularán en el curso Nivel 0. • Los estudiantes que obtuvieron una calificación superior al 60%, podrán realizar el segundo examen diagnóstico. • De la misma forma como se realiza el diagnóstico 1, se realizará el diagnóstico 2, el diagnóstico 3, y el diagnóstico 4. • Este diagnóstico permitirá agrupar los estudiantes de diferentes grupos, los cuales llamaremos niveles. • Basado en los resultados obtenidos en los Test cada estudiante quedará matriculado en un curso. 	
--	--	--	--

Desarrollo			
No	Tiempo	Actividad de aprendizaje	Recurso
4	10	<ul style="list-style-type: none"> • Al inicio del curso cada estudiante encontrará un chat el cual permitirá la comunicación sincrónica con todos los integrantes del curso y además permitirá entregar las instrucciones para el buen desarrollo del curso. • Al ingresar al curso cada estudiante deberá entregar algunos datos, los cuales servirán para crear comunidades virtuales en WhatsApp y en Facebook, que facilite la comunicación e interacción virtual entre los estudiantes. 	Computador
5	20	<ul style="list-style-type: none"> • Se propone un Chat en donde se realizará una sesión sincrónica en la cual todos los estudiantes recibirán las instrucciones generales del curso, así como las metas de aprendizaje, en esta actividad cada estudiante también podrá realizar las preguntas o despejar las dudas que se generen de la actividad. 	Computador
6	5	<ul style="list-style-type: none"> • Seguidamente cada estudiante de forma individual realizará la lectura del problema, el cual se encontrará en una página web llamada situación problema, esta lectura se realiza varias veces con el fin de que haya comprensión del enunciado del problema. 	Computador
7	5	<ul style="list-style-type: none"> • La secuencia estará dividida en los elementos que según el modelo de Van Hiele, el cual entrega unos pasos para garantizar que un estudiante pueda avanzar de un nivel a otro. Es por eso que se inicia con el bloque de Información. 	Computador
8	10	<ul style="list-style-type: none"> • Después de la lectura del problema cada estudiante 	Computador

		participará en la construcción de un vocabulario sobre el triángulo rectángulo, ellos encontrarán una herramienta que permite que ingresen palabras relacionadas con el triángulo rectángulo y se definan, cada estudiante podrá realizar una nueva entrada, con la restricción de no repetir palabras. Esta actividad será valorada por el docente.	
9	2	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza pregunta sobre si hay claridad en la concepción del triángulo rectángulo, esto se realiza con el fin de hacer un seguimiento a los saberes previos de todos los estudiantes. 	Computador
10	2	<ul style="list-style-type: none"> Se presenta una animación del círculo trigonométrico, esto permite que el docente presente algún tipo de información al estudiante, información que el considerará relevante o no, según el desarrollo del curso. 	Computador
11	2	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza a los estudiantes una pregunta sobre lo que sabe de las líneas trigonométricas, esto con el fin de conocer sobre los pre-saberes de los estudiantes, con el fin de abordar el tema. 	Computador
12	10	<ul style="list-style-type: none"> A continuación se realiza un foro abierto, donde los estudiantes podrán compartir con sus demás compañeros que elementos conocen de la situación problema. 	Computador
13	10	<ul style="list-style-type: none"> De forma similar es necesario que cada uno de los estudiantes puedan expresar que elementos no conocen o desconocen de la situación problemática planteada y que se puedan convertir en un obstáculo para poder llegar a buen término en la solución del problema. 	Computador
14	5	<ul style="list-style-type: none"> En la Sección de orientación, permitiré que los estudiantes puedan recibir toda la información que requieren. Es por esto que en esta sección encontraremos lecciones y videos tutoriales. 	Computador
15	10	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante estudiará la lección sobre el teorema de Pitágoras, es necesario que el vea toda la lección y los ejemplos. 	Computador
16	10	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes deberán ingresar a la lección de Líneas trigonométricas, las dudas o inquietudes que tengan sobre el tema los deben escribir para que después puedan participar en el chat de inquietudes 	Computador
17	5	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes podrán ver un video explicativo sobre las líneas trigonométricas, además que también pueden dejar dudas sobre el tema a través de la plataforma de YOUTUBE. 	Computador
18	15	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes pueden ver todas las animaciones de las diferentes líneas trigonométricas, ellos podrán apreciar cómo se genera cada una de las líneas trigonométricas. 	Computador
19	10	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes deberán ver un video explicativo de los triángulos rectángulos que se pueden formar con los 	Computador

		triángulos rectángulos.	
20	15	<ul style="list-style-type: none"> Realización de un chat Sincrónico donde cada uno de los estudiantes podrán realizar las preguntas que tengan sobre los temas anteriormente expuestos. 	Computador
21	5	<ul style="list-style-type: none"> A continuación se iniciará la sección de Explicación, en esta sección se promueve el trabajo en grupos, y se promueve el compartir el conocimiento. 	Computador
22	15	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza una conferencia sincrónica donde se les explica las actividades a realizar en esta sección y además también se permite con esta actividad, despejar las dudas que tengan durante la actividad. 	Computador
23	5	<ul style="list-style-type: none"> Se deja un foro habilitado para que se realicen dudas durante todo el proceso de esta sección. 	Computador
24	5	<ul style="list-style-type: none"> En la siguiente actividad conformaré equipos de trabajo, los cuales funcionarán durante todo el desarrollo del resto del curso. Los roles que tendrá cada uno de los integrantes del curso serán estipulados de acuerdo con la actividad. 	Computador
25	30	<ul style="list-style-type: none"> Realización del Taller sobre problemas de Pitágoras, en este taller los estudiantes realizarán una actividad y seguidamente de la fecha de cierre de la entrega se enviará este taller a su equipo para ser la correspondiente evaluación, de evaluado a evaluador. 	Computador
26	10	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza un foro donde los estudiantes opinen sobre una pregunta, cada uno deberá, evaluar el comentario de alguno de sus compañeros coequiperos basado en el rol asignado con el docente. 	Computador
27	10	<ul style="list-style-type: none"> Se creará una wiki y cada uno de los estudiantes deben aportar sus conceptos redactados con sus propias palabras, después de que cada uno de su aporte se debe generar aportes o correcciones a los conceptos entregados por otros estudiantes. 	Computador
28	20	<ul style="list-style-type: none"> Se debe crear un documento compartido en documentos de google drive, donde cada miembro del equipo aportará según lo visto en el curso, elementos que ayuden a la solución del problema, un miembro del equipo participará en el foro entregando el link del documento, después los miembros de otros equipos aportarán a estos elementos unos que de pronto ellos no hayan tenido en cuenta. 	Computador
29	5	<ul style="list-style-type: none"> Se continua con la orientación Libre que según diseño de Van hiele se realizarán actividades que ayuden a consolidar el aprendizaje, es por eso que en esta sección se realizarán tareas y actividades de forma individual. 	Computador
30	10	<ul style="list-style-type: none"> Lo estudiantes deben realizar la tarea del Teorema de 	Computador

		Pitágoras, en esta actividad, los estudiantes realizarán en una hoja de papel la solución de la situación planteada y se realizará la entrega como una foto con buena resolución.	
31	5	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante deberá ingresar a la siguiente actividad, la cual consiste en verificar que se cumple el teorema de Pitágoras en GeoGebra, se realizará la actividad en GeoGebra. 	Computador
32	15	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes deberán crear una construcción en GeoGebra del círculo unitario y además colocar las diferentes líneas trigonométricas, cada línea debe poner un color diferente. Estas dos actividades se entregan en archivos separados. 	Computador
33	5	<ul style="list-style-type: none"> Cada estudiante debe descargar el archivo de Excel, sobre este archivo se debe hacer la verificación de que se cumplen algunas expresiones básicas pitagóricas, imprimir pantalla de los ejercicios y enviar estos archivos como solución de la tarea. 	Computador
34	15	<ul style="list-style-type: none"> Se debe realizar el dibujo o los dibujos de la situación problema, generando ángulos, y tomando medidas reales que permite verificar la solución del problema. 	Computador

Final			
No	Tiempo	Actividad de aprendizaje	Recurso
35	5	<ul style="list-style-type: none"> Esta es la Fase de integración, donde se evalúa el aprendizaje y donde se dan las conclusiones del curso. 	Computador
36	20	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza el examen del curso, es un cuestionario donde se evalúan los temas más relevantes del curso, este cuestionario tiene una calificación del 20% del valor total del curso. 	Computador
37	15	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza la solución propuesta de la situación problema, respondiendo cada una de las preguntas planteadas en esta situación. Esta solución se da a modo de taller, en donde cada estudiante cumple el rol de evaluado y evaluador. 	Computador
38	10	<ul style="list-style-type: none"> Se realiza el foro donde cada estudiante podrá expresar los aprendizajes del curso y hacer una autoevaluación sobre sus desempeños y cumplimientos de metas. 	Computador
39	10	<ul style="list-style-type: none"> Se entregan los resultados de la evaluación del curso. 	Computador

Nota. Diseño propio del estudiante investigador.

4 ANALISIS E INTERPRETACIONES

Creada y estructurada la secuencia didáctica y el MOOC, el cual se encuentra ubicado en la url: www.lqmatematicas.xyz, . Este curso se diseñó en la estructura MOODLE la cual permite facilitar la creación de lo propuesto en la secuencia didáctica; adicional se estructuran varios cursos, uno por cada nivel de Van Hiele, y se crearon unos exámenes diagnósticos los cuales permitirán al docente matricular a cada grupo de estudiantes en el nivel correspondiente. Por su parte, la secuencia didáctica se programó para 6 horas de clase; sin embargo, debido a imprevistos de diversa índole, fue necesario extenderla a 8 horas de clase aproximadamente. Se aclara que todas las clases quedaron registradas en videos, los cuales se encuentran debidamente subidos en un DRIVE y son compartidos para su análisis.

Asimismo, en la recolección de datos de esta experiencia de investigación pedagógica, solo se tuvo en cuenta el curso del nivel cero de Van Hiele, en el cual quedaron matriculados alrededor de 10 estudiantes, y con estos estudiantes se realizó el proceso de matrícula y todo el desarrollo del curso; gracias a que el trabajo fue en todo el tiempo realizado en la institución educativa y que a pesar de que el docente no se encontraba en el mismo espacio físico que los estudiantes, ellos habían recibido una instrucción para el desarrollo de la actividad y esto ocasionó que todos los participantes del grupo terminaran el curso con resultados aceptables o satisfactorios, pero siendo promovidos al siguiente nivel. Finalmente, se elabora una tabla en donde se especifican todos los hallazgos de dicha observación y se le realiza su correspondiente interpretación basado en la argumentación teórica presentada en este trabajo. Para acceder a los análisis e interpretaciones de las sesiones se debe remitir a la sección de Anexos (Ver ANEXO A: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES.

5 CONCLUSIONES

El diseño del modelo pedagógico se definió teniendo en cuenta las relaciones entre el enfoque pedagógico y las teorías de aprendizaje que beneficiaron la solución del problema de aprendizaje de los estudiantes de grado 10° de la Institución educativa Liceo Quindío de Salento. Brindando al docente mayor conocimiento didáctico acerca de las identidades trigonométricas pitagóricas y de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

El diagnóstico brindó información y conocimiento acerca de las características del aprendizaje de las identidades trigonométricas pitagóricas de los estudiantes. Además, de reconocer en ellos que no resuelven problemas de manera autónoma y que se les dificulta trabajar en equipo. Hechos que dieron pauta al docente para abordar el diseño del modelo pedagógico para enseñar identidades trigonométricas pitagóricas soportado en los niveles y fases de Van Hiele y en el modelo Socioconstructivista, realizando la trazabilidad con teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas.

Para desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las identidades trigonométricas pitagóricas, se decidió elaborar un MOOC, pero con la particularidad de que no se realizó ni masivo ni abierto por motivos de protección a los menores. Esto con el fin de que los estudiantes enfrentaran su aprendizaje de manera autónoma, colaborativa y basada en problemas en línea. Dando al docente espacio para incrementar no solo su conocimiento didáctico sino también su conocimiento en herramientas tecnológicas que en un futuro le servirán como instrumento para realizar recursos didácticos.

Elaborar el diseño del modelo pedagógico para enseñar las identidades trigonométricas

pitagóricas con uso del MOOC, dio al docente espacio de planeación para la enseñanza de diferentes maneras al concebir un proceso educativo con TIC, esto permitió generar un espacio virtual educativo de la enseñanza de las matemáticas donde no hay presencia del docente en el aula de clase y por lo tanto es necesario la utilización de recursos virtuales de control que permita hacerle seguimiento al conocimiento, algunos de estos recursos fueron: foros, chats, videos conferencias y hasta recursos fuera de la plataforma como los chats de Whatsapp y youtube live; el docente identificó algunos elementos en cada uno de los enfoques pedagógicos que se pudieran adaptar al desarrollo de educación virtual y también, que se acoplaran a las características de los estudiantes y la institución educativa, esto generó un conjunto de pautas que engranadas entre sí generan el diseño del modelo presentado en este trabajo.

La creación del MOOC posibilitó en el docente el desarrollo de competencias tecnológicas y pedagógicas que le permitieron integrar su conocimiento tecnológico y didáctico del contenido de las identidades trigonométricas. Esto le facilitó al docente generar habilidades didácticas para seleccionar y crear material digital que cumplieran con las relaciones del diseño del modelo pedagógico, las características de aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes, los niveles y fases de Van Hiele. Este proceso permitió en el docente fortalecer su conocimiento didáctico de las TIC en la enseñanza de las identidades trigonométricas, máxime que diseñó e implementó en el MOOC, espacios comunicativos desde las relaciones del diseño del modelo pedagógico.

En este proceso el docente decidió trabajar con Moodle, dado que cuenta con herramientas que semejan la intención educativa desde el diseño del modelo pedagógico y posibilitó el tratamiento comunicativo desde los foros y la presentación de las identidades

trigonómicas desde los diferentes niveles, integrando así, otras herramientas como GeoGebra, con la cual se desarrollaron actividades de aprendizaje. Esta plataforma, tiene como virtud fundamental la posibilidad de implementar acciones educativas en un ambiente de aprendizaje colaborativo de las identidades trigonométricas a través de actividades y de talleres.

La implementación del MOOC como estrategia pedagógica y didáctica en el proceso de enseñanza de las identidades trigonométricas, permitió que el docente explorara otras formas de presentar a sus estudiantes este tema de la trigonometría, además permitió que el docente pudiera interactuar de forma individual con sus estudiantes, mejorando así la forma como este los percibe desde sus clases y sus hogares.

La creación de una secuencia didáctica donde se articulan los diferentes elementos del diseño del modelo pedagógico desde el enfoque Socioconstructivista engranado con las teorías de aprendizaje autónomo, basado en problemas y colaborativo, permite que el docente no pierda su norte en la meta de aprendizaje propuesta, esto significa que permite al docente planificar su trabajo y diseñar diferentes actividades, las cuales se justifican con los diferentes enfoques metodológicos, que permita cumplir la meta propuesta por el docente, la creación de esta secuencia permite no solo una guía para el docente, sino un soporte teórico de cada una de las actividades realizadas durante el desarrollo de la experiencia.

En la secuencia didáctica el docente puso a prueba todo su conocimiento pedagógico y su experiencia para articular un conjunto de actividades generadas en el MOOC y justificadas desde las diferentes teorías de aprendizaje referenciadas; a su vez, puso a prueba su conocimiento tecnológico para poder ejecutar esta secuencia y responder a cualquier contingencia que en su ejecución que se presentó, así, el docente garantizó a pesar de las eventualidades que el objetivo

de aprendizaje planteado en la secuencia se llevara a cabo.

En la secuencia didáctica el docente utilizó las fases propuestas por Van Hiele, las cuales permiten que un estudiante avance de un nivel a otro, esto implica que el docente se documentó en esta teoría de enseñanza aprendizaje para establecer qué actividades del MOOC deberían estar en cada una de las fases, esto se puede evidenciar en el cuadro de análisis e interpretaciones y en el mismo MOOC, en el cual se proponen actividades que apunten a que los estudiantes expresen su conocimiento o realicen un dialogo con los docentes o propongan situaciones problemas, tal como los proponen cada una de las fases.

El docente desarrolló competencias comunicativas a través de las redes sociales o chats, dando así la posibilidad de que el flujo de comunicación entre el docente y estudiantes fuera mucho mejor, debido a que los estudiantes se mueven en redes sociales con más facilidad. Otra competencia que el docente desarrolló fue la de resolver problemas imprevistos y generar actividades o medidas de contingencia cuando las herramientas tecnológicas fallaron, por lo cual, es importante que siempre se tenga un “plan B” para cada actividad, y por último, el docente desarrolló competencias en las teorías de aprendizaje colaborativo, autónomo y basado en problemas, ya que las usó en un espacio virtual y realizó un diseño de un modelo pedagógico que sustenta dicha implementación.

Por todo lo anterior se puede apreciar que el uso de un MOOC generó en el docente diferentes competencias que le ayudaron a mejorar los procesos didácticos y pedagógicos en la enseñanza de las Identidades Trigonométricas Pitagóricas, además de fortalecer en el docente el uso de herramientas tecnológicas que permiten mejorar, no solo la comunicación sino que incentiva la creación de recursos virtuales, que después podrán ser compartidos con una

comunidad educativa y así mejorar no solo los procesos educativos en el Liceo Quindío sino en muchas otras instituciones. Entre las fortalezas y competencias que el uso de esta herramienta generó en el docente están:

- a. Creación de recursos didácticos tecnológicos propios, tales como plantillas en Excel, video clases y animaciones en GeoGebra.
- b. Mejoramiento de la comunicación con los estudiantes utilizando métodos como chats, foros, video llamadas, YouTube en vivo.
- c. Estructuración de un trabajo en una plataforma de aprendizaje como Moodle, aprendiendo a utilizar herramientas como talleres, lecciones, cuestionarios, encuestas, bases de datos, Url, entre otras.
- d. Utilización de un diseño pedagógico para generar una propuesta de aprendizaje que utilizó en sus estudiantes.

Lo anterior, se justifica desde la necesidad del docente de implementar nuevas estrategias que ayuden al mejoramiento del proceso de aprendizaje de las Identidades Trigonométricas Pitagóricas.

Incluir un MOOC en el proceso de enseñanza, permitió también que el docente buscara otros caminos, en este caso los tecnológicos, para hacer que sus educandos comprendieran lo que él quería expresar. El conocimiento del modelo pedagógico que se diseñó y la revisión exhaustiva de la plataforma Moodle, permitió que el docente utilizara las diferentes herramientas que ofrece la plataforma Moodle para adaptarlas a las características propuestas por el diseño, esto se ve evidenciado desde la interacción de los estudiantes en la construcción de su conocimiento lo cual se incentiva a través de la creación de foros, bases de datos y el uso de un

grupo de WhatsApp; y la asignación de roles que propone el aprendizaje colaborativo se evidenció desde la herramienta de los talleres, así como el aprendizaje basado en problemas se pudo ver adaptado con la participación en los foros, lecciones y utilización de representación gráfica en GeoGebra.

Por último, el docente con esta actividad fortaleció su vida profesional y esto implicará que los mayores beneficiarios serán sus educandos, los cuales contarán con un docente recursivo y con los conocimientos didácticos y teóricos que soporten su actuar en un salón de clases o en la creación de recursos didácticos digitales y que a futuro pueda seguir indagando en la implementación de dichos recursos.

6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baquero, R. (1997). *VIGOTSKY Y EL APRENDIZAJE ESCOLAR*. Universidad Autónoma de Madrid. ED. AIQUE GRUPO EDITOR S.A. 2º EDICION, 1997. Recuperado de: http://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/6PE_Baquero_2_Unidad_2.pdf
- Barajas, A. & Cuevas, S. (2017). *ADAPTACIÓN DEL MODELO TPACK PARA LA FORMACIÓN DEL DOCENTE UNIVERSITARIO*. Ponencia del XIV CONGRESO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA-COMIE. San Juan de Potosí, 2017. TEMÁTICA GENERAL: TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC) EN EDUCACIÓN. INSTITUTO TECNOLÓGICO DE SONORA. Recuperado de: <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/2150.pdf>
- Braga, G. M. (1991). *Apuntes para la enseñanza de la Geometría. El modelo de enseñanza - aprendizaje de Van Hiele*. En Signos, Teoría y Práctica de la Educación No. 4, jul.-dic, 1991. pp. 52-57. Recuperado de: http://red.ilce.edu.mx/20aniversario/componentes/redescolar/act_permanentes/mate/mate5f.htm
- Bringas Gutiérrez, M.A., & Domínguez Nava, C. (2014). *Más allá de OCW: los cursos masivos abiertos en línea (MOOCs)*. En XI Encuentro de Didáctica de la Historia Económica. Santiago de Compostela, 26 y 27 de junio de 2014. Sesión: Cursos / Aulas virtuales: posibilidades y limitaciones. Colegio de Estudios Latinoamericanos. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de: https://www.aehe.es/wp-content/uploads/2014/06/s4_bringas_dominguez.pdf

Carrió Pastor, M. L. (2007). *Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo*.

En Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653) n.º 41/4 – 10 de febrero de 2007 Universidad Politécnica de Valencia, España EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI) Recuperado de: <https://rieoei.org/historico/deloslectores/1640Carrio.pdf>.

Castillo, S. (2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*. En Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 11, núm. 2, 2008, pp. 171-194. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/335/33511202.pdf>

Chavez Salazar, V. H. (2014). *Los Entornos Virtuales y el Aprendizaje Colaborativo*. En Revista PGI - Investigación, Ciencia y Tecnología. Postgrado en Informática Universidad Mayor de San Andrés - UMSA La Paz, Bolivia Recuperado de: http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rpgi/n1/n1_a04.pdf

Colvin, C. R. y Mayer, R. E. (2008). *Learning together virtually*. En E-Learning and the Science of Instruction: Proven Guidelines for Consumers and Designers of Multimedia Learning. San Francisco, CA: John Wiley & Sons/Pfeiffer. Recuperado de: http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:HH9KCnYZjkoJ:www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php%3Fpid%3DS3333-77772014000100004%26script%3Dsci_arttext+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co

- Kamii, C. (1982). *La autonomía como objetivo de la educación: implicaciones de la teoría de Piaget*. En revista *Infancia y aprendizaje*, 1982,18,3-32. Universidad de Illinois Chicago Circle Fundación Infancia y Aprendizaje. ISSN.0210-3702 Recuperado de: <https://desarrollohumanout.files.wordpress.com/2018/05/autonomia-como-objetivo.pdf>
- Cubero Pérez, R. (2005). *Elementos básicos para un Constructivismo social*. En revista *Avances en Psicología Latinoamericana*. Universidad de Sevilla, España. Vol. 23, p. 43-61. Recuperado de: <https://revistas.urosario.edu.co/index.php/apl/article/view/1240>
- Cubero, R. (2005). *Perspectivas constructivistas I*. España, Editorial Graó. El andamiaje y el Socioconstructivismo, Blog Vigotskianos. (s.f.). Recuperado de: <https://udavinki.wordpress.com/el-andamiaje-y-el-socioconstrutvismo>
- Schunk, D.L (2012). *TEORÍAS DEL APRENDIZAJE Una perspectiva educativa*. SEXTA EDICIÓN. Traducción Leticia Esther Pineda Ayala Universidad Anáhuac Norte María Elena Ortiz Salinas Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de: <http://ciec.edu.co/wp-content/uploads/2017/06/Teorias-del-Aprendizaje-Dale-Schunk.pdf>
- Del Mastro, C. (2003). *El aprendizaje estratégico en la educación a distancia*. Lima: Fondo editorial PUCP. Serie: Cuadernos de Educación. Citado por Manrique Villavicencio (2004), en la Ponencia El aprendizaje autónomo en la educación a distancia. Recuperado de: <https://www.pucp.edu.pe/profesor/cristina-del-mastro-vecchione>
- Fernández Batanero, J.M., & García Lázaro, L. (2012). *Aprendizaje Basado en Problemas (ABP): una experiencia con alumnos de la asignatura de “Educación y Diversidad”*. “Problem-Based Learning (PBL): an experience with students of the subject of

“Education and Diversity. PONENCIA Mesa 2: “Metodologías Didácticas Innovadoras”,
 Moderadora: M^a. Reyes Bueno Moreno. Facultad de Ciencias de la Educación
 Recuperado de: https://fcce.us.es/sites/default/files/docencia/Mesa2_comunicacion1.pdf

Díaz Barriga, F., & Morales Ramírez, L. (2008). *Aprendizaje colaborativo en entornos virtuales: un modelo de diseño instruccional para la formación profesional continua*.
 En Revista Tecnología y Comunicación Educativas. Año 22-23, No. 47-48, julio de 2008
 -junio de 2009 Recuperado de:
http://cvonline.uaeh.edu.mx/Cursos/Lic_virt/LITE/DITE008/Unidad_3/lec_3.5_Aprendizaje%20colaborativo%20en%20entornos%20virtuales.pdf

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). *El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros*. En Revista Educación Matemática. Vol. 3. N°2. Agosto. p.49-65. Gutiérrez. Recuperado de:
<https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/GutJai91.pdf>

Gutiérrez, G. M. C, Buriticá, A. O. C., & Rodríguez, T. Z. (2011). *EL SOCIOCONSTRUCTIVISMO EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE ESCOLAR*.
 En “Interactividad e Influencia Educativa en la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento reflexivo en las Ciencias Sociales, en escenarios presenciales y apoyados por TIC”. Vicerrectoría de Investigaciones, Innovación y Extensión de la Universidad Tecnológica de Pereira, años 2008-2010, con el Código: 4-09-8. UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA Recuperado de:
https://www.researchgate.net/publication/319018818_EL_SOCIOCONSTRUCTIVISMO_EN_LA_ENSEÑANZA_Y_EL_APRENDIZAJE_ESCOLAR

Manrique, V. L. (2004). *El aprendizaje autónomo en la educación a distancia*. En revista LatinEduca2004.com. Ponencia presentada en el Primer Congreso Virtual Latinoamericano de Educación a Distancia. Línea Temática: Tecnología Educativa. Departamento de Educación. Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú Recuperado de: https://seminario-taller-apa-micea-tic.webnode.com.ar/_files/200000014-3bf4e3cefb/APRENDIZAJE_AUTONOMO_A_DISTANCIA.pdf

Martínez de la Cruz. R. M., Galindo González. L., & Livier González, N. (2013) *ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE ABIERTOS Y SUS APORTES A LA EDUCACIÓN*. En Ponencia En El XXI Encuentro Internacional de Educación A Distancia. (2 A L6 DE diciembre de 2013). Recuperado de: <http://www.udgvirtual.udg.mx/encuentro/encuentro/anteriores/xxi/ponencias/80-127-1-RV.pdf>

Martínez de la Cruz, N.L., Ruiz Aguirre, E.I., & Galindo González, R.M. (2012). Aprendizaje colaborativo en ambientes virtuales y sus bases Socioconstructivistas como vía para el aprendizaje significativo. En revista online Vol. 4, Núm. 2 (2012) Universidad de Guadalajara. Recuperado de: <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/313/280>

Mazzeo M. H & León A. L. (2007). *Influencia del uso de estrategias de autoaprendizaje en el desempeño cognoscitivo del estudiante universitario*. En revista Vector, Vol. 2, enero diciembre 2007, págs. 7-24. Recuperado de: http://vip.ucaldas.edu.co/vector/downloads/Vector2_2.pdf

- MEN. (2004). *Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas y geometría de Educación Básica y Media en Colombia*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf
- MEN. (2015). *Matriz de Referencia Matemáticas, Grado 9o*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf
- MEN. (23 de Julio de 2014). *Estándares Básicos de Aprendizaje*. Recuperado de: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-85458_archivo_pdf1.pdf
- MEN. (29 de octubre de 2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf
- Mesa Ciro, M.L. (2013). *LA EVALUACIÓN COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO. ESTUDIO DE CASOS PARA EL TEMA DE SEGUNDA LEY DE NEWTON*. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Maestría En Enseñanza De Las Ciencias Exactas y Naturales. Medellín, Colombia. 2013. Pp 102. Recuperado de: <http://bdigital.unal.edu.co/12639/1/43251166.2014.pdf>
- Monereo, C., & Barbera, E. (2000). *Diseño instruccional de las estrategias de aprendizaje en entornos educativos no-formales*. En Estrategias de aprendizaje. Madrid, Visor/Ediciones de la Universitat Oberta de Catalunya.

- Moreno, J., Montoya, L. F., & Vargas, L. M. (2015). *Experiencia de un MOOC en matemáticas para estudiantes de último año de educación media*. En Nuevas Ideas en Informática Educativa TISE 201589. Universidad Nacional de Colombia. Pp. 86-96. Recuperado de: <http://www.tise.cl/volumen11/TISE2015/89-96.pdf>
- Morales Bueno, P., & Landa FitzGerald, V. (2004). *APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS. PROBLEM – BASED LEARNING*. En revista Theoria, Vol. 13: 145-157, 2004. Pontificia Universidad Católica del Perú, Departamento de Ciencias, Sección Química, Lima, Perú. Recuperado de: <http://www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf>
- Pérez, V. (2010). *Identidades trigonométricas*. En La guía Matemática, 8 de abril de 2010, Recuperado de: <https://matematica.laguia2000.com/general/identidades-trigonometricas>
- Popkewitz, T. (1998). *Dewey, Vygotsky, and the Social Administration of the Individual: Constructivist Pedagogy as Systems of Ideas in Historical Spaces*. American Educational Research Journal - AMER EDUC RES J. 35. 535-570. 10.3102/00028312035004535.
- Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J., & García Jiménez, G. (1996). *METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION CUALITATIVA*. Ediciones Aljibe. Granada (España). Primera Parte: INTRODUCCION A LA INVESTIGACION CUALITATIVA. Recuperado de: <http://media.utp.edu.co/centro-gestion-ambiental/archivos/metodologia-de-la-investigacion-cualitativa/investigacioncualitativa.doc>.
- Santos Guerra, M.A. (1999). *La observación en la investigación cualitativa. Una experiencia en el área de salud*. En revista Atención Primaria. Vol. 24. Núm. 7. 31 de octubre 1999, versión online. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Facultad de Ciencias

de la Educación. Universidad de Málaga. Recuperado de <http://www.unidaddocentemfyclaspalmas.org.es/resources/2+Aten+Primaria+1999.+IC+La+Observaci%C3%B3n.pdf>

Shulman, L. (2005). *CONOCIMIENTO Y ENSEÑANZA: FUNDAMENTOS DE LA NUEVA REFORMA*. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. En Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 9, 2 (2005). Stanford University. Versión original publicada originariamente en Harvard Educational Review, 57 (1), 1987, pp. 1-22. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>

Solar Bezmalinovic, H., & Deulofeu, J. (2014). *TRATAMIENTO DE LA CONTINGENCIA DESDE EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DE ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS*. En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27. Capítulo 1. Análisis del discurso matemático escolar. Publicado por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa- Clame. A. C. pp. 317-325 Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5389/1/SolarTratamientoALME2014.pdf>

Solarte Pérez, A.D. (2014). Diseño E Implementación de un Curso Virtual de Trigonometría Básica Utilizando Redes Sociales y Otras Herramientas Tic: Estudio de Caso en Grados Undécimos de dos Colegios Oficiales de Puerto Asis. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Sede Manizales, pp. 151. Recuperado de: <http://bdigital.unal.edu.co/46980/1/16860624.2014.pdf>

Universidad Politécnica de Madrid – UPM. (2008). *APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS*. EDITADO POR EL Servicio de Innovación Educativa. En Cita de BARROWS 1986

Recuperado

de:

https://innovacioneducativa.upm.es/guias/Aprendizaje_basado_en_problemas.pdf

Usiskin, Z. (1991). *Apuntes para la enseñanza. El Modelo de enseñanza aprendizaje de Van Hiele. Signos, Teorías y Practicas*. Volumen 4. Recuperado de:
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/mate5f.htm.

Vaillant Alcalde, D., Rodríguez Zidán, E., & Bernasconi Piñeyrúa, G. (2017). *Modalidad MOOC para educación media básica: enseñanzas de una experiencia*. En revista Perfiles Educativos | vol. XXXIX, núm. 156, 2017 | IISUE-UNAM. PP. 103-118. Recuperado de:
<http://www.denisevaillant.com/wp-content/uploads/2018/02/art%C3%ADculo-MOOC-Gaby-y-Eduardo.pdf>

Zambrano M. M. (2005). *El razonamiento geométrico y la teoría de Van Hiele*. Recuperado de:
http://kaleidoscopio.uneg.edu.ve/numeros/k05/k05_art03.pdf

Zapata-Ros, M. (2013). *MOOCs, una visión crítica y una alternativa complementaria: La individualización del aprendizaje y de la ayuda pedagógica*. En Campus Virtuales. II. 20-38.
Recuperado de:
https://www.researchgate.net/publication/236619731_MOOCs_una_vision_critica_y_una_alternativa_complementaria_La_individualizacion_del_aprendizaje_y_de_la_ayuda_pedagogica

Referencias complementarias que no aparecen en el texto de este proyecto

- Acosta Luévano, R. M. (2015). *Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual*.
- Amador Montaña, J. F. (s.f.). *Transformaciones comunicativas en el ambiente de aprendizaje de una institución beneficiaria de CPE cuando los docentes desarrollan competencias técnicas y tecnológicas e incorporan TIC en la actividad conjunta*.
- Cardozo Cardone, J. (15 septiembre 2010). *TIC y educación: Los aprendizajes colaborativos como estrategia para la construcción del conocimiento*. Buenos Aires, Argentina.
- Carmen Vizcano, E. J. (s.f.). *La metodología del aprendizaje basado en problemas*. En Capítulo 1. Que es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas.
- Castillo, S. (2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 11(2), 171-194.
- Como diseñar y ofertar cursos en línea. (s.f.). Universidad Estatal a distancia.
- Gandulfo, A. M. (s.f.). *Formación y actualización del profesorado*. Brasil: Universidad de Brasilia.
- García, C. M. (s.f.). *Diseño e implementación de cursos abiertos masivos en línea (MOOC) expectativas y consideraciones prácticas*. Universidad Complutense de Madrid.
- Gilberto Vargas Vargas, R. G. (s.f.). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*.
- Goncalves, D. (junio 2011). *La reflexión sobre el proceso de aprendizaje propio*. Girona, Burgos.
- Huertas, R. (septiembre 2009). *Formación de la autonomía a través del aprendizaje estratégico*.

- J.J, C. (s.f.). *Los Aprendizajes Colaborativos como estrategia para los procesos de construcción de conocimiento.*
- Amador, J. F. (s.f.). *Transformaciones comunicativas en el ambiente de aprendizaje de una institución beneficiaria de CPE cuando los docentes desarrollan competencias técnicas y tecnológicas e incorporan TIC en la actividad conjunta.*
- Koheler, M. y. (s.f.). *Validación de la aplicación del modelo TPACK para la formación del profesorado en TIC.*
- Shulman, L. (1989). *Modelo de razonamiento y acción pedagógica.*
- Shulman, L. (2005). *Conocimiento y enseñanza fundamentos de la nueva reforma profesorado.*
En Revista de curriculum y formación de profesorado, 9.
- Vigotsky, L. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Edición ciudadana.
- Modelo de Van Hiele - EcuRed. (2017). Ecured.cu. Retrieved 1 November 2017. Recuperado de:
https://www.ecured.cu/Modelo_de_Van_Hiele
- Pal., U. E. (s.f.). *Como Diseñar y Ofertar Cursos en Línea.*
- Pin, J. C. (s.f.). *Matemática y su enseñanza 1.* En Área de superficie. Instituto Superior Fundación Suzuki.
- Sánchez, A. B. (2011). *La importancia de evaluar la incorporación y el uso de las TIC en educación.* Revista Iberoamericana de evaluación educativa.
- Sonia Zabando B, C. P. (s.f.). *Guía para el diseño de cursos en internet.*
- Tim, R. (2013). *Análisis didáctico de prácticas matemáticas de aula utilizando "The knowledge quartet".* México: Centro regional de formación docente e investigación educativa, Escuela normal Miguel F Martínez.

Vallejo, A. (1999). *Aplicación de un procedimiento basado en la zona de desarrollo próximo en la evaluación de dos grupos de niños en tareas matemáticas*. Revista educación nueva epoca N°9

ANEXO A: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES (Antes)

PLANEACIÓN		
Nº	ANÁLISIS	INTERPRETACIÓN
I1	<p>Se detecta un problema en la enseñanza de identidades trigonométricas pitagóricas en los estudiantes de grado decimo de la institución educativa Liceo Quindío del municipio de Salento.</p> <p>Esto se evidencia en las calificaciones obtenidas por los estudiantes, al evaluar este tema.</p> <p>Liceoquindiomatematicas.blogspot.com.co</p>	<p>Lo que significa que el docente de matemáticas de la institución detecta la dificultad que presentan muchos estudiantes del grado decimo en la enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas, Según la <i>National Council of Teachers of MathemaTIC</i> (1992), en el currículum de matemáticas básicas se debe tener en cuenta el estudio de la Trigonometría, con el fin de que todos los alumnos estén capacitados para aplicarla en la resolución de todos aquellos problemas donde estén presentes triángulos, además, que puedan explorar aquellos fenómenos periódicos de su contexto cotidiano usando para ello las funciones seno y coseno; también para que puedan reconocer la conexión existente entre las funciones trigonométricas y los fenómenos periódicos, aplicando técnicas sencillas de representación gráfica de funciones trigonométricas, junto a las propiedades de las funciones trigonométricas en el trabajo con vectores, coordenadas polares, números complejos y series.</p>
I2	<p>Se realiza un estudio sobre cómo aprenden los estudiantes diferentes temas de matemáticas.</p>	<p>Lo que significa que el docente realiza una consulta y lectura minuciosa sobre diferentes modelos, metodologías y estrategias de enseñanza, no solo de las matemáticas, sino de diferentes áreas que se ajusten al contexto de la institución Liceo Quindío en esta lectura se identificó que el estudiante es el centro sobre el cual pivota todo el conocimiento, el constructivismo, representa el sujeto que construye el conocimiento, es un sujeto activo que actúa con el entorno, que va modificando sus conocimientos de acuerdo con el conjunto de condiciones externas e internas que lo conforman (Serrano & Pons, 2011).</p>

I3	Se genera un análisis del modelo pedagógico que cuenta con las características de un enfoque pedagógico socioconstructivista cruzado con características de las teorías de aprendizaje autónomo, aprendizaje basado en problemas y aprendizaje colaborativo buscando dar solución a los errores más reiterativos en el desarrollo de la temática de identidades trigonométricas pitagóricas.	Lo que significa que el docente se documentó en varias de las teorías de aprendizaje para poder engranar la parte pedagógica con la enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas, se selecciona el modelo socioconstructivista, al cual, su principal exponente es Lev Semiónovich Vygotsky, quien considera que el conocimiento se adquiere, primero a nivel intermental y luego a nivel intrapsicológico, lo que sugiere que un sujeto construye significados, actuando en un entorno estructurado e interactuando con otros sujetos de manera intencional.
I4	Se analizan diferentes teorías del aprendizaje y se seleccionan tres: aprendizaje colaborativo (AC), aprendizaje basado en problemas (ABP) y aprendizaje autónomo (AA).	Lo que significa que el docente junto a un equipo de docentes que forman un grupo de investigación realizó la lectura de diferentes teorías de aprendizaje, en las cuales se destacaron las de aprendizaje colaborativo (Lev Vygotsky siglo XX), aprendizaje basado en problemas (Morales y Landa, 2004) y aprendizaje autónomo (Vigotsky y Luria); junto al equipo de docentes investigadores pudimos definir que estas tres teorías se acomodaban mas al modelo socioconstructivista y que se podían aplicar al contexto de las instituciones educativas en las cuales se desarrollará el estudio.
I5	Se incluyó el modelo de enseñanza aprendizaje Van Hiele, sus Niveles y fases de aprendizaje.	Lo que significa que el docente identificó como beneficioso para el aprendizaje de las identidades trigonométricas pitagóricas, la aplicación de los niveles de Van Hiele y que tuvo en cuenta el proceso de evolución del pensamiento geométrico de los estudiantes (MEN, 1998). En este sentido, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares, Van Hiele (1986) propone “cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría” (MEN, 1998, p. 38), a pesar de que esta teoría se sustenta en la enseñanza de la geometría, se ajusta perfectamente en la enseñanza de las identidades trigonométricas, ya que estas últimas se demuestran a través de construcciones geométricas en el círculo unitario.
Creación del MOOC		

I6	<p>Se elige la creación de un MOOC como estrategia didáctica en la enseñanza de las identidades trigonométricas pitagóricas.</p>	<p>Lo que significa que el docente reconoce la importancia del uso de las TIC en el apoyo de la enseñanza de la matemática como un conjunto de herramientas metodológicas orquestadas, lo que potencia su uso con metodologías activas como proyectos, trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples, donde aprendices y facilitadores coactúen y negocien significados y conocimientos, teniendo a la tecnología como socio en la cognición. (Sánchez 2000).</p> <p>Además, reconoce el uso de las TIC con un enfoque constructivista en matemática educativa, como: herramientas de apoyo al aprender, con las cuales se pueden realizar actividades que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los alumnos. como medios de construcción que faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo. Como extensoras y amplificadoras de la mente, a fin de que expandan las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes significativos, como medios transparentes o invisibles al usuario, que hagan visible el aprender e invisible la tecnología.</p>
I7	<p>Se elige una plataforma para la construcción del Mooc que facilite su utilización y su creación. Se selecciona el Moodle para su creación, esto por su gratuidad y facilidad de manejo tanto por parte de los estudiantes y del docente.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente diseñó un curso estructurado por niveles ya que según Vygotsky, considera que el conocimiento se adquiere, primero a nivel intermental y luego a nivel intrapsicológico, lo que sugiere que un sujeto construye significados, actuando en un entorno estructurado e interactuando con otros sujetos de manera intencional (Serrano & Pons, 2011), para dicho diseño se analizan varias plataformas educativas, entre las cuales se selecciona la plataforma de Moodle.</p>

I8	<p>Se planean las actividades propias que apunten a cada nivel de Van Hiele (1986), apoyados por videos y actividades que se usaron para orientar las actividades y que a su vez guían a los estudiantes hacia el aprendizaje autónomo, se prepararon los canales de comunicación que propiciarán el Socioconstructivismo y el aprendizaje colaborativo, con una estructura basada en la solución de problemas.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente realizó un diseño tecnopedagógico construyendo un entramado de interrelaciones que todo docente debe conocer y utilizar para una correcta integración de las TIC en su actividad diaria (Mishra y Koehler, 2006).</p> <p>Además, significa que el docente tiene los diferentes tipos de conocimientos para integrar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) de una forma eficaz en la enseñanza que imparte. Se incluye entre los modelos cognitivos en ambientes cooperativos donde, además, se utiliza la tecnología (Modelo TPACK).</p>
I9	<p>El MOOC se diseña generando primero unas pruebas diagnósticas que permitan identificar en qué nivel de Van Hiele se encuentra el estudiante, primero se diseña una prueba para el nivel 0, después para el 1 y así sucesivamente.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza los criterios del modelo educativo de Van Hiele para identificar en qué nivel puede ser ubicado cada estudiante, de acuerdo con el modelo de Van Hiele, si el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todos (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). Los niveles se clasifican, según Gutiérrez y Jaime, (1996).</p> <p>(Matrimonio van Hiele 1957)</p>
I10	<p>Se genera una prueba diagnóstica para el nivel cero el cual permita que</p>	<p>Lo que significa que el docente debe identificar si los estudiantes tienen la competencia que permite que las identidades trigonométricas pitagóricas sean</p>

	<p>los estudiantes demuestren competencias en el reconocimiento visual o visualización de las identidades trigonométricas pitagóricas.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>juzgadas por su apariencia, los conceptos son considerados como entes globales más que como entes con componentes y atributos, el estudiante conozca algo de vocabulario, identifique diferentes figuras.</p> <p>(Matrimonio van Hiele 1957)</p>
I11	<p>Se genera una prueba diagnóstica para el nivel Uno el cual permita que los estudiantes demuestren competencias en el análisis o descripción de las identidades trigonométricas pitagóricas.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente verifica que los estudiantes utilizan las identidades trigonométricas pitagóricas y sus propiedades.</p> <p>(Matrimonio van Hiele 1957)</p>
I12	<p>Se genera una prueba diagnóstica para el nivel dos el cual permita que los estudiantes demuestren competencias en clasificación y relación de las identidades trigonométricas pitagóricas.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente verifica que los estudiantes identifiquen las propiedades de las identidades trigonométricas pitagóricas.</p> <p>(Matrimonio van Hiele 1957).</p>
I13		

	<p>Se genera una prueba diagnóstica para el nivel tres el cual permita que los estudiantes demuestren competencias en deducción Formal o Lógica Formal de las identidades trigonométricas pitagóricas.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente verifica que los estudiantes comprenden la relación existente entre términos indefinidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones, relacionados con las identidades trigonométricas.</p> <p>(Matrimonio van Hiele 1957)</p>
I14	<p>Se propone crear un curso virtual por cada nivel que propone el modelo educativo de Van hiele</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente propone dividir el MOOC en 4 cursos, se excluye el nivel de Rigor, propuesto por Van Hiele, ya que en su propuesta se dice que este nivel solo se alcanza a un nivel de Universidad, En cada uno de estos cursos se pone como objetivo que los estudiantes alcancen las competencias propuestas por el modelo de VAN HIELE. (Matrimonio van Hiele 1957).</p>
I15	<p>En cada uno de los cursos virtuales se proponen actividades que apunten a cada una de las teorías de aprendizaje, sin desligarnos del modelo pedagógico</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente hace una lectura minuciosa del modelo socio-constructivista y de las teorías de aprendizaje: aprendizaje autónomo, aprendizaje colaborativo y aprendizaje basado en problemas.</p> <p>(Lev Vygotsky siglo XX).</p>
I16	<p>El MOOC se diseñó como un curso</p>	<p>Lo que significa que el docente tuvo en cuenta en el diseño del Mooc, los niveles de</p>

	<p>para ser desarrolla en 4 sesiones y cada uno va incrementando su nivel de dificultad, además todos tienen una estructura similar.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Van Hiele, según Gutiérrez y Jaime, (1996) y las estrategias usadas por los estudiantes para resolver problemas de proporcionalidad descritas por Lamon (1993b) y citadas en Gómez, C. (1998)</p>
I17	<p>Cada Curso se crea utilizando la siguiente estructura; primero se coloca una Base de Datos para que los estudiantes matriculados en este grupo puedan dejar sus datos personales, además se agrega un chat para entregar las instrucciones de la actividad.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente se basa en el aprendizaje colaborativo para crear una manera de que los educandos puedan establecer comunidades o entornos virtuales, según Colvin y Mayer (2008), estos recursos tecnológicos favorecen el aprendizaje colaborativo.</p>
I18	<p>Después de la base de Datos de los estudiantes registrados en el grupo se propondrá una situación problema el cual servirá de motivación para el desarrollo del curso.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza las estrategias que según autores como Morales y Landa (2004), Exley y Dennick (2007), de Miguel (2005), son orientaciones didácticas para el ABP.</p>
I19	<p>Cada Curso se divide en cinco secciones mas como lo son: Información, Orientación, Explicación Orientación Libre e interacción.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza las Fases de aprendizaje del Modelo de VanHiele el cual indica según Usiskin (1991), que los niveles de razonamiento nos orientan acerca de cómo secuenciar y organizar el currículo geométrico de una forma global</p>

I20	<p>En el bloque de información se genera un diccionario de Palabras referente al triángulo rectángulo, en esta actividad cada estudiante debe agregar una palabra y su definición, o puede complementar una que ya esté escrita.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	Lo que significa que el docente utiliza la propuesta de las fases de Van Hiele que propone que en la fase de información haya una obtención recíproca de información entre el docente y el estudiante. (Van Hiele).
I21	<p>Se propone en el Mooc una pregunta sobre el triángulo rectángulo para verificar si los estudiantes tienen dudas sobre el tema.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	Lo que significa que el docente propone preguntas buscando conocer los conocimientos que ya tiene el estudiante tal como lo propone Van Hiele en su etapa de Información. (Van Hiele).
I22	<p>Se incluye en el Mooc en la fase de información una animación del círculo trigonométrico</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	Lo que significa que el docente utiliza la propuesta que realiza Van Hiele sobre la fase de información para compartir información con los estudiantes, algunos conceptos previos que ellos deben tener para abordar con propiedad este curso (Van Hiele).
I23	<p>Se propone una pregunta tipo encuesta de sobre las líneas trigonométricas, con el fin de comprobar algunos saberes previos que deben tener los estudiantes.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	Lo que significa que el docente utiliza los criterios propuestos de Van Hiele de la verificación de conceptos previos como punto de partida para el aprendizaje. (Van Hiele).
I24	<p>Se incluye un foro donde los estudiantes puedan escribir que elementos del problema conocen, y</p>	Lo que significa que el docente utiliza las estrategias del aprendizaje basado en problemas propuestas por Morales y Landa (2004), los cuales generan algunos elementos para el desarrollo basado en problemas.

	<p>esto permitirá que los demás estudiantes puedan leer y aportar a lo que sus compañeros escriban.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	
I25	<p>Se incluye un foro donde los estudiantes puedan escribir los elementos que no concen del problema, además se permitirá que cada estudiante pueda comentar los aportes de sus compañeros, esto para poder apoyarsen en este conocimiento.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la estrategia de aprendizaje basado en problemas propuesto por Morales y Landa (2004) los cuales explican que entre el desarrollo del aprendizaje basado en problemas, también se puede justificar esta actividad desde el aprendizaje colaborativo, ya que promueve la creación de discusiones donde entre todo el equipo de estudiantes se construye conocimiento.</p>
I26	<p>En el siguiente bloque de Orientación Dirigida los estudiantes encontrarán actividades de lección, y de conocimiento donde podrán contruir el conocimiento.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza los conceptos de Van Hiele para construir una secuencia que aporte al conocimiento del tópico que se va a abordar, Van Hiele (1986) señala esta fase como fundamental, ya que en ella se construyen los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente y si las actividades se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento del nivel superior</p>
I27	<p>Se incluyen como primeras actividades de este bloque de orientacion, dos lecciones, una sobre el teorema de pitágoras y la otra sobre las líneas trigonométricas.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza los criterios de las fases que propone Van Hiele para generar actividades justificadas también en el aprendizaje autónomo, Estas estrategias se orientan a que el estudiante sea consciente de su capacidad y estilos de aprender, desarrolle auto confianza en sus capacidades y habilidades, logre una motivación intrínseca hacia la tarea o actividad de aprendizaje que debe realizar y sepa superar dificultades. Estas estrategias fortalecen en el estudiante su voluntad, el “querer aprender” (Alonso y López; 1999).</p>
I28	<p>Se crean dos videos tutoriales; uno donde se explican las líneas trigonométricas y el otro donde se</p>	<p>Lo que significa que el docente utilizan videos para poder explicar temas importantes para el desarrollo del curso, estos videos se justifican desde el aprendizaje autónomo, ya que en la estrategia metodológica para el aprendizaje autónomo y por la teoría de Del</p>

	explican los triángulos rectángulos que se generan en el círculo unitario con las líneas trigonométricas Lqmatematicas.xyz	Mastro (2003), el cual propone que el aprendizaje autónomo no solo depende del contacto con las tecnologías, en ocasiones las explicaciones son necesarias.
I29	Se incluyen en esta fase unas animaciones las cuales muestran cómo se generan las líneas trigonométricas, estas animaciones son creadas en GeoGebra e integradas al Mooc a través de las librerías que el moodle posee. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente propone que los estudiantes observen de un modo más llamativo, esto se justifica desde el aprendizaje autónomo y desde las fases de Van Hiele. (Van Hiele).
I30	Se crea un bloque de Explicación en el cual Se promueve en los estudiantes mejorar su vocabulario y reflexionar sobre lo visto en el bloque de orientación dirigida, en esta fase es fundamental el diálogo entre los estudiantes Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente se basa en las fases de Van Hiele el cual en su base de Explicación expresa que Su objetivo es que los estudiantes sean conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y que consoliden el vocabulario propio del nivel. En esta fase es fundamental el diálogo entre los estudiantes, con intervenciones del profesor cuando sea necesario. (Van Hiele).
I31	Se planea una conferencia sincrónica, lo cual consiste en una clase por Youtube Live que permita que los estudiantes puedan hacer preguntas y además que puedan expresar sus aprendizajes. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente planea una actividad basada en el concepto de MOOC el cual dentro de sus siglas tiene la palabra ONLINE, lo que significa que estos cursos se hacen de forma sincrónica y todos los estudiantes juntos con el docente deben estar en el mismo momento conectados. (George Siemens y Stephen Downes en la University of Manitoba (Canada) en agosto de 2008).
I32	Se propone un foro con el fin de que los estudiantes lo usen para despejar dudas durante toda esta sección, si	Lo que significa que el docente propone un foro sustentado en el aprendizaje autónomo y colaborativo el cual propone que entre todo el curso se apoyen para generar conocimiento, en un entorno de aprendizaje colaborativo hay que tomar en cuenta

	<p>un estudiante tiene dudas, las puede publicar en el foro y cualquiera de sus compañeros puede ayudar a responderla.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>cuatro perspectivas, sin las cuales no es posible arribar a la construcción conjunta y situada del conocimiento, uno de ellos es: La perspectiva del grupo, que se construye y comparte en los episodios de trabajo grupal conjunto. Del Mastro (2003).</p>
I33	<p>Se incluye una pagina web en la cual se generan grupos de trabajo formados por dos estudiantes, cada uno de ellos con un rol específico de evaluador o evaluado, estos grupos se crean a criterio del docente.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente propone una actividad justificada en el aprendizaje colaborativo el cual propone la creación de roles.</p> <p>De acuerdo con Díaz Barriga y Hernández (2002) el aprendizaje cooperativo se caracteriza por la igualdad que debe tener cada individuo en el proceso de aprendizaje y la mutualidad, entendida como la conexión, profundidad y bidireccionalidad que alcance la experiencia, siendo ésta variable en función del nivel de competitividad existente, la distribución de responsabilidades, la planificación conjunta y el intercambio de roles.</p>
I34	<p>Se incluye en el Mooc un taller sobre el teorema de pitágoras, esta actividad de taller en el Mooc consiste en que los estudiantes desarrollan una serie de actividades y estas actividades son enviadas a otro compañero el cual las revisará y generará una valoración cuantitativa y cualitativa, después de esto el evaluado podrá ver su valoración y el docente revisará y dará la valoración final tanto a evaluado como a evaluador.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa es que el docente se apoya en el aprendizaje colaborativo ya que de acuerdo con Díaz Barriga y Hernández (2002), establecer roles promueve este tipo de aprendizaje.</p>
I35	<p>Se propone un nuevo foro el cual tiene como objetivo generar una discusión donde todos estudiantes</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza las teorías de aprendizaje colaborativo el cual no sólo se requiere trabajar juntos, sino cooperar en el logro de una meta compartida que no es posible alcanzar individualmente. Johnson, Johnson y Holubec (1999) señalan que</p>

	<p>puedan aportar y ayudar a construir el conocimiento.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>son cinco los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo: interdependencia positiva, interacción cara a cara, responsabilidad individual, utilización de habilidades interpersonales y procesamiento grupal.</p>
I36	<p>Se incluye en el Mooc la creación de una wiki, esta herramienta permite que los estudiantes a partir de un concepto dado, puedan ir agregando otros conceptos y así estilo árbol se construya una especie de biblioteca.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza una herramienta que permite no solo que cada estudiante afiance sus aprendizajes en lo que al círculo trigonométrico se refiere, sino que también pueda leer, comentar y corregir los aportes que otros compañeros haga, esto ayuda a crear un documento que sea útil en el desarrollo de todo el curso; esto se sustenta en el aprendizaje colaborativo así:</p> <p>En relación con el aprendizaje colaborativo, Dillenbourg (1999) plantea que la noción de colaborar para aprender en la educación escolar tiene un significado más amplio, que puede incluir al anterior. Contempla la posibilidad de trabajar en una situación educativa en la que, en contraposición al aprendizaje individual o aislado, aparecen varias interacciones simétricas entre los estudiantes a lo largo de la clase, cuando realizan alguna actividad.</p>
I37	<p>Se crea un foro donde los estudiantes, basados en los elementos que hasta el momento se han visto en el curso, proponen ideas de solución de la situación problema, cada uno aportando en este foro a la solución de este.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente se apoya en el aprendizaje basado en problemas ya que este a través de Prieto (2006) defendiendo el enfoque de aprendizaje activo señala que “el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos”; entre estos aspectos está el de crear una lista de elementos que se necesitan para resolver el problema.</p>
I38	<p>Se crea una nueva sección llamada Orientación Libre, en esta sección se proponen actividades donde se consolide el conocimiento, se proponen tareas y actividades.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza las fases propuestas por Van Hiele, el cual, en la fase de orientación dirigida propone la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores, y generalmente, más complejos (Van Hiele).</p>
I39	<p>Se proponen 4 tareas para ser realizadas y ser enviadas a través de</p>	<p>Lo que significa que el docente ve que la educación a distancia se caracteriza por desarrollar el aprendizaje autónomo del estudiante, lo cual plantea al docente el reto de</p>

	la plataforma Moodle, estas actividades deben ser desarrolladas en hojas y se envía la foto de la actividad. Lqmatematicas.xyz	aprovechar las TIC para hacer más consciente a los participantes de su proceso de aprendizaje y su papel en la regulación del mismo. Del Mastro (2003).
I40	Se proponen dos actividades para ser desarrolladas Online, esas actividades son: una comprobación en la plataforma educativa GeoGebra y la otra es una aplicación en Excel desarrollada por el docente. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente utiliza diferentes herramientas en línea y crea material didáctico con el fin de facilitar en los estudiantes el proceso de aprendizaje, la sustentación de esto se ve reflejada en la teoría de aprendizaje llamada TPACK. Con las siglas TPACK se hace mención al acrónimo de la expresión “Technological Pedagogical Content Knowledge” (TPCK o TPACK). Se trata de un modelo de enseñanza y aprendizaje (E-A) que identifica los tipos de conocimiento que un docente necesita dominar para integrar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) de una forma eficaz en la enseñanza que imparte. (Punya Mishra y Matthew J. Koehler).
I41	Se propone como actividad la elaboración de un diseño que modele la situación problemática propuesta para este curso, este modelo se desarrollará en GeoGebra. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente utiliza estrategias propuestas por el aprendizaje basado en problemas en el cual Prieto (2006) defendiendo el enfoque de aprendizaje activo señala que “el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos”; entre estos aspectos está el de crear una lista de elementos que se necesitan para resolver el problema.
I42	Se crea la última sección la cual es la integración, en esta sección Los estudiantes podrán resumir todos los elementos aprendidos en este curso. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente promoverá que los estudiantes revisen y resuman en esta fase lo que han aprendido, con el objetivo de formarse una visión general del nuevo conjunto de objetos y relaciones construidas. El profesor puede ayudar a realizar esta síntesis, pero sin introducir nada nuevo. (Van Hiele).
I43	Se propone un examen de todo el curso, esto con el fin de conocer y valorar el aprendizaje del curso.	Lo que significa que el docente utiliza la propuesta del aprendizaje basado en problemas que dice que se debe promover un examen que no esté basado en la reproducción automática de los contenidos estudiados, sino que implique que el alumno organice

	Lqmatematicas.xyz	coherentemente sus conocimientos. Prieto (2006).
I44	Se Incluye un taller donde cada estudiante presenta la solución final de la situación problemática propuesta al inicio del curso, esta solución será enviado a otro estudiante el cual cumplirá el rol de evaluador y entregará la revisión con sus observaciones y con una valoración. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente sustenta esta actividad en el aprendizaje basado en problemas, en donde en su ultimo paso propone que cada estudiante presente una solución al problema, según Desarrollo del proceso de ABP (Morales y Landa, 2004). Adicional a esto se aplica el aprendizaje colaborativo en la aplicación de roles.
I45	Se Propone como actividad final un foro donde cada estudiante exprese un resumen de las todo lo que aprnedió en este curso y ademas pueda expresar como mejorarlo. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente utiliza la definición de la fase de Integración para que los estudiantes puedan compilar toda la información de este curso. (Van Hiele)
Creación de la secuencia didáctica		
I46	Se crea una secuencia didáctica la cual durará alrededor de 7 horas de clase, esta secuencia didáctica tiene 3 momentos, el de Inicio, Desarrollo y final. Anexo Secuencia didáctica	Lo que significa que el docente tuvo en cuenta la coherencia entre los temas de instrucción dentro y entre lecciones, incluyendo el orden de tareas y ejercicios que reflejan deliberaciones y elecciones que implican conocimiento de conexiones estructurales, según Tim Rowland (2008) Downes (2011) dice: “Los MOOCs combinan el contenido abierto (Wiley) y la enseñanza abierta (Coursera), pero también son compatibles con la participación masiva. Eso se logra mediante la adopción de una pedagogía y una estructura conectivista”.

I47	<p>Se propone en la sección de inicio, 3 actividades, una actividad de iniciación, una motivadora y una diagnóstica; en la parte de iniciación se les contará a los estudiantes que es un Mooc, que es un Moodle y que tipo de actividades podrán encontrar en un curso virtual; en la parte motivadora se les presentara videos donde los estudiantes mirarán algunos Mooc que se ofrecen en la actualidad, y en la parte de diagnóstico, los estudiantes ya serán llevados al computador y conocerán los diferentes elementos que tiene el curso virtual, también realizarán su registro en el moodle y completaran los diferentes test diagnósticos.</p> <p>Anexo Secuencia didáctica</p>	<p>Lo que significa que el docente a pesar de que conoce la herramienta a utilizar y la integra para lograr el aprendizaje como lo propone el modelo TPACK, también es necesario dar a conocer a los estudiantes, que van a manipular las herramientas, todos los elementos que pueden encontrar. Así también se presenta a los estudiantes las pruebas diagnósticas las cuales son respaldadas por la aplicación de test en el modelo de Van Hiele.</p>
I48	<p>En la sección de desarrollo se planea desarrollar el Mooc en el orden como se creó paso a paso definiendo tiempos de desarrollo en cada uno de los pasos. Anexo Secuencia didáctica.</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza el diseño planteado en la creación del MOOC, Un curso debe contar con una serie de elementos y estructurar sus conocimientos con orientación al aprendizaje y a crear conocimiento para ser considerado como tal. De tal manera, se espera que un curso organice tareas, evalúe a los alumnos y dé la posibilidad de acreditar la superación del mismo por medio de algún reconocimiento específico. Downes (2011).</p>
I49	<p>En la última parte de la secuencia didáctica se planean las actividades finales, en las cuales se propone una evaluación, un foro final, la solución del problema y la entrega de calificaciones y cierre del curso.</p> <p>Anexo Secuencia didáctica</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la metodología propuesta por Van Hiele en la etapa de integración. Además, se hace entrega de los resultados y valoraciones obtenidas en el desarrollo del curso. Downes (2011).</p>

ANEXO B: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES (En)

Inicio		
Nº	ANÁLISIS	INTERPRETACIÓN
I50	<p>Se inicia la clase explicando a los estudiantes que es un curso virtual y que es un MOOC, además se les puso a los estudiantes a buscar en internet diferentes cursos MOOC para que se inscriban, de igual forma se explica sobre la plataforma Moodle y sus diferentes actividades, esto con el fin de facilitar su uso.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara/ Video1-Min 0:54</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la definición de MOOC como actividad motivadora a los estudiantes.</p> <p>Los MOOCs tiene una fundamentación epistemológica: el conectivismo. Downes (2011) dice: “Los MOOCs combinan el contenido abierto (Wiley) y la enseñanza abierta (Coursera), pero también son compatibles con la participación masiva. Eso se logra mediante la adopción de una pedagogía y una estructura conectivista”.</p>
I51	<p>Se explica a los estudiantes sobre algunos cursos Mooc ofrecidos por diferentes universidades, se les pide que busquen en internet algunos cursos. Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara/ Video1-Min 7:35</p>	<p>Lo que significa que el docente propone una actividad motivadora según las estructuras propuestas para las secuencias didácticas, las cuales hablan de actividades de apertura (Scallan, 1988)</p>

I52	<p>Se les pide a los estudiantes que ingresen al dominio www.lqmatematicas.xyz y que exploren esa pagina. Además, se explica los canales de comunicación que vamos a utilizar durante el desarrollo del curso.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara/ Video1-Min 10:29</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la teoría de aprendizaje TPACK para soportar su actividad en internet.</p> <p>(Punya Mishra y Matthew J. Koehler)</p>
I53	<p>Se inicia el curso solicitando a los estudiantes que ingresen a una sala de chat.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara/ Video2-Video3</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza una herramienta justificada en la teoría del aprendizaje autónomo que facilita la comunicación entre estudiantes y docente.</p> <p>(Punya Mishra y Matthew J. Koehler).</p>
I54	<p>Se presenta una dificultad con el chat, ya que el servidor sobre el cual se creo el Moodle, no soporta la conectividad de mas de 7 estudiantes a la vez; es por eso que el docente resolvió utilizar whatsapp como medio de comunicación directo con los estudiantes.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos escritorio Profesor/ VEP1-Min:0:33</p>	<p>Lo que significa que el docente justifica su accionar en la teoría de el Knowledge Quartet (KQ) (Rowland et al., 2005) es una teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia.</p>

I55	<p>Se presenta algunas dificultades con la matricula en el curso de algunos estudiantes ya que no les llegaba el correo de confirmación, el docente desde la plataforma de administrador realiza la matricula de estos estudiantes</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos escritorio Profesor/ VEP1-Min:10:17</p>	<p>Lo que significa que el docente justifica su accionar en la teoría de el Knowledge Quartet (KQ) (Rowland et al., 2005) es una teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia.</p>
I56	<p>Se presenta dificultad con el acceso al servidor por parte de los estudiantes, el dominio que se adquirió tiene un límite máximo de 15 estudiantes a la vez, es por esto que el docente decide que se trabaje en grupos de a 10 estudiantes esta primera parte diagnóstica.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos escritorio Profesor/ VEP2-Min:9:45</p>	<p>Lo que significa que el docente justifica su accionar en la teoría del Knowledge Quartet (KQ) (Rowland et al., 2005) es una teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia.</p>
I57	<p>Se les habilita a los estudiantes a través de la plataforma el primer test diagnóstico llamado Nivel 0, en este test se incluyen preguntas que no solo evalúan conocimientos, sino que verifican que los estudiantes identifican figuras o representaciones gráficas de las identidades trigonométricas</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza las fases propuestas en la teoría de Van Hiele para crear preguntas que garanticen que los estudiantes si cumplen con los conocimientos o habilidades propuestas para el Nivel 1 de Reconocimiento Visual o Visualización, las figuras son juzgadas por su apariencia. Aquí los conceptos son considerados como entes globales más que como entes con componentes y atributos. El alumno aprende algo de vocabulario, identifica diferentes figuras y reproduce una figura dada. Por ejemplo, un estudiante reconocerá el dibujo de un rectángulo, pero quizás no sea consciente de muchas propiedades de los rectángulos. (Van Hiele, 1986).</p>

	Ver Video: Carpeta Videos escritorio Profesor/ VEP4-Min:3:21	
I58	Se habilita los test diagnósticos de los niveles siguientes para aquellos estudiantes que lograron pasar el test del nivel cero. Estos test se elaboran en base a las habilidades que deben poseer los estudiantes en cada nivel. Según estos test se matricula cada estudiante en un curso distinto. Ver Video: Carpeta Videos con Camara/ video4-video17	Lo que significa que el docente utiliza las fases de Van Hiele para la contrucción de preguntas que ayuden a verificar las habilidades que debe tener cada estudiante. (Van Hiele).
Desarrollo		
Nº	ANÁLISIS	INTERPRETACIÓN
I59	En una segunda clase los estudiantes que quedaron matriculados en el Nivel de Visualización y Reconocimiento (Nivel 0) inician el curso con la actividad de registrar sus datos en una base de datos Ver Video: Carpeta Videos Escritorio Profesor/ VEP6-Min: 00:58	Lo que significa que el docente propone crear una base de datos donde se registren sus redes sociales, de forma que se facilite la comunicación de todos los estudiantes matriculados en el curso, esto se ve sustentado en las herramientas tecnológicas que se pueden utilizar en el aprendizaje autónomo. Del Mastro (2003).

I60	<p>En el registro de la base de datos algunos estudiantes presentaron problemas, ya que se solicitaba una etiqueta tipo marca que no estaba creada, a través del chat de whatsapp los estudiantes expresaron esta dificultad, la cual se solucionó por parte del docente, creando dicha etiqueta desde el perfil de administración del Moodle.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos Escritorio Profesor/ VEP6-Min: 11:08</p>	<p>Lo que significa que el docente justifica su accionar en la teoría de el Knowledge Quartet (KQ) (Rowland et al., 2005) es una teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia.</p>
I61	<p>Debido a los problemas de conectividad con el chat propuesto con el Moodle, se elimina de todo el curso las actividades de chat y se concentra la comunicación solo por el chat de whatsapp.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos Escritorio Profesor/ VEP6-Min:28:05</p>	<p>Lo que significa que el docente toma medidas para mejorar la comunicación al fallar la estrategia propuesta, como métodos o actividades propuestos en los métodos de aprendizaje autónomo. Del Mastro (2003).</p>

I62	<p>Se presentan bastantes demoras por la parte de conectividad de la institución, esto fue una constante durante el proceso; ante esta situación el docente generó una ruta de comunicación a través de los celulares.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos Escritorio Profesor/ VEP6-Min:29:29</p>	<p>Lo que significa que el docente debe utilizar diferentes estrategias de comunicación que permita que dar instrucciones sobre el trabajo a los educandos y que estos puedan despejar dudas con el docente. Esto se ve reflejado en el modelo o teoría Knowledge Quartet (KQ), el cual hay que tomar medidas de contingencia.</p>
I63	<p>Se habilita la actividad de lectura del problema, en esta actividad los estudiantes deberán leer una situación problema, la cual se plantea para este curso.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos Escritorio Profesor/ VEP6-Min: 30:35</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la teoría de aprendizaje basado en problemas, (Morales y Landa, 2004), donde dice que Con la lectura y análisis del escenario o problema se busca que los alumnos entiendan el enunciado y lo que se les demanda.</p>
I64	<p>Algunos estudiantes generan inquietudes en el manejo de la plataforma o hasta en el manejo del navegador, pero a través del chat otros estudiantes logran ayudar a despejar las dudas de sus compañeros.</p>	<p>Lo que significa que el docente logra evidenciar lo que Colvin y Mayer (2008) expresan sobre el aprendizaje colaborativo ya que es habitual que en un entorno virtual de aprendizaje colaborativo existan una serie de recursos para el manejo de la información en la forma de un repositorio de la comunidad, que incluye documentos electrónicos, ligas a otros sitios, plantillas, ejemplos de buenas prácticas, producciones diversas generadas por los participantes, contactos con el mentor, herramientas y espacios para la colaboración, etc.</p>

	Ver Video: Carpeta Videos Escritorio Profesor/ VEP6-Min: 30:30	
I65	Se habilita las actividades de información y como primera actividad cada estudiante deberá diligenciar el diccionario sobre triángulo rectángulo. Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video18-Min:02:23	Lo que significa que el docente permite que entre todos los estudiantes construyan un vocabulario, esto se sustenta que en la teoría de aprendizaje colaborativo que dice que la perspectiva del curso, donde los materiales curriculares o pertinentes al proceso educativo se discuten entre todos los participantes. (Colvin y Mayer (2008).
I66	Se utiliza la herramienta de encuesta para hacer preguntas a los estudiantes y de esta forma poder verificar si los conceptos están claros o no, el total de los estudiantes contestaron que si tiene claridad en las propiedades del triángulo rectángulo. Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video18-Min:01:02	Lo que significa que el docente tal como lo propone Van Hiele en la fase de información, se hace una verificación de los conocimientos previos del estudiante, así como un intercambio de información docente- estudiante. (Van Hiele).

I67	<p>Se les pide a los estudiantes que observen una animación sobre la circunferencia trigonométrica, esta circunferencia se elaboró en GeoGebra, esta actividad generó un poco de dudas en los estudiantes, ya que lo único que había que hacer era observar la animación y algunos estudiantes no entendían que hacer, esto considero que se debe a que muchos de ellos no leen o no entienden lo que leen con respecto a las instrucciones dadas por el docente en casa actividad.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video18-Min:00:03, video 20</p>	<p>Lo que significa que el docente identifica una falencia por parte de los estudiantes, los cuales no leen las instrucciones de las actividades o son inseguros, ya que desde su experiencia en el uso de estas plataformas siempre se han realizado pruebas tipo test. Es por ello que a través de nuestro canal de comunicación se pudo dar las instrucciones necesarias a los estudiantes cursantes. Según el aprendizaje autónomo se debe tener una gran capacidad de comprensión en las actividades y de ser meticuloso en la lectura de las instrucciones. Del Mastro (2003).</p>
I68	<p>Los estudiantes responden la pregunta tipo encuesta sobre las líneas trigonométricas, la totalidad de los estudiantes responden que tienen claro que información podemos obtener de las líneas trigonométricas</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video18-Min:01:07</p>	<p>Lo que significa que el docente tal como lo propone Van Hiele en la fase de información, se hace una verificación de los conocimientos previos del estudiante, así como un intercambio de información docente- estudiante. (Van Hiele).</p>

I69	<p>Se proponen dos foros para que los estudiantes participen de una discusión sobre los elementos que conocen del problema y los que desconocen de la situación problema; los estudiantes escriben sus participaciones en el foro, muchos estudiantes no saben expresar bien sus dudas sobre el problema, algunos escribieron dudas que no tienen mucha relación con la situación problémica.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video19-video20</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la teoría de aprendizaje basado en problemas para que los estudiantes puedan escribir los elementos conocidos y desconocidos de la situación planteada. (Morales y Landa, 2004).</p>
I70	<p>En una nueva sesión los estudiantes inician el proceso de orientación, en esta nueva clase los estudiantes iniciaran con una conferencia sincrónica, la cuál no estaba programada en la secuencia, pero se hace necesaria para aclarar dudas y además dar instrucciones para esta nueva sección.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video21 Min:00:39 video 29, video 30</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza el concepto de contingencia propuesto por la teoría de Knowledge Quartet (KQ) (Rowland et al., 2005) la cual es una teoría de base empírica que distingue entre diferentes tipos de conocimiento matemático: fundamentos, transformación, conexión y contingencia.</p>

I71	<p>Se propone varias explicaciones tipo lección a los estudiantes, dichas lecciones fueron leídas por parte de los estudiantes, muchos de ellos realizan una lectura muy rápida sin interiorizar los conceptos o actividades expresadas allí.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video23</p>	<p>Lo que significa que el docente identifica que algunos estudiantes no tienen esa voluntad o motivación de aprender, la cual propone el aprendizaje autónomo, me refiero a la autonomía en el aprendizaje como aquella facultad que le permite al estudiante tomar decisiones que le conduzcan a regular su propio aprendizaje en función a una determinada meta y a un contexto o condiciones específicas de aprendizaje (Monereo, C y Castelló, M;1997).</p>
I72	<p>Se proponen un video tutorial sobre las líneas trigonométricas y otro video sobre la circunferencia trigonométrica, videos elaborados por el docente, donde utiliza herramientas de animación, lo cual hizo muy llamativos, estos videos, a los estudiantes, estos disfrutaron viendo el video.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video18 Min 04:16</p>	<p>Lo que significa que el docente propone una actividad tipo de lección, en donde los estudiantes puedan observar como se construyen las líneas trigonométricas, esta está basada en la fase de Orientación dirigida propuesta por Van Hiele. (Monereo, C y Castelló, M;1997) y (Van Hiele, 1986).</p>

I73	<p>Se proponen varias animaciones de las líneas trigonométricas las cuales permiten al estudiante observar como estas se generan en un plano y como varía su valor según se va modificando el ángulo.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara /video22</p>	<p>Lo que significa que el docente propone una actividad tipo de lección, en donde los estudiantes puedan observar como se construyen las líneas trigonométricas, esta está basada en la fase de Orientación dirigida propuesta por Van Hiele. (Van Hiele) (Monereo, C y Castelló, M;1997).</p>
I74	<p>En la siguiente clase se propone como actividad inicial una conferencia sincrónica, la cual se utiliza para despejar dudas sobre la siguiente sección de Explicación y Orientación Libre.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara /video36</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos Escritorio Profesor /VEP8 Min: 02:32</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza herramientas tal como las propone, el modelo Tpack, para establecer comunicación con los estudiantes y dar las instrucciones necesarias para abordar la siguiente sección del curso. (Punya Mishra y Matthew J. Koehler).</p>

I75	<p>Se propone a los estudiantes un foro de Dudas, en este foro se genera un apoyo entre todos los estudiantes, entonces lo que se pide es que no solo expresen sus dudas, sino que también comente las dudas de otros estudiantes tratando de darle solución, en esta actividad los estudiantes aportaron a sus compañeros, aunque en un par de casos sus aportes fueron equivocados, pero otros estudiantes comentaron su aporte haciendo las correcciones adecuadas.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /video39 Min:00:32</p>	<p>Lo que significa que el docente evidencia el trabajo colaborativo el cual se propone en la teoría de aprendizaje cuando se habla de expresar las dudas y que entre todo el equipo de compañeros ayuden a construir el conocimiento se puede evidenciar la teoría de aprendizaje colaborativo. (Colvin y Mayer (2008).</p>
I76	<p>El docente crea grupos de trabajo donde se asignan roles, estos grupos de trabajo se publican a través de una herramienta llamada página.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos Escritorio Profesor /VEP8 Min: 00:52:11</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la teoría de aprendizaje colaborativo en donde se propone crear roles durante los diferentes procesos. (Colvin y Mayer, 2008).</p>

I77	<p>Los estudiantes empiezan a desarrollar el taller propuesto, este taller consiste en que cada uno resuelve unos ejercicios y son enviados a través de la plataforma, con estos ejercicios el docente pasó a una siguiente etapa del taller, en donde es enviado a los evaluadores, los cuales son estudiantes que cumplen este rol, estos estudiantes dieron una valoración de dicho trabajo y lo volvieron a enviar al docente, quien no solo valoró la elaboración de los ejercicios sino la revisión de estos ejercicios por parte de los evaluadores.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /Video40</p>	<p>Lo que significa que el docente aplica el aprendizaje colaborativo, el cual dice que la aplicación de roles facilita este proceso, además se les da posibilidad que entre ellos mismos encuentren errores y fortalezcan así su aprendizaje. (Colvin y Mayer, 2008).</p>
I78	<p>Los estudiantes contestas una pregunta incluida en un foro, este foro permite que sus compañeros comenten las respuestas de los compañeros, pero ninguno de los estudiantes comentó debido a que todos los comentarios de los estudiantes, las hicieron discutiéndolas en grupo en el salón de forma verbal, es por eso</p>	<p>Lo que significa que el docente identifica que los estudiantes tienen aportes muy similares en el foro y por esto ellos debieron ayudarse en dicha actividad haciendo casi todo el mismo aporte. (Colvin y Mayer (2008).</p>

	<p>que casi todos escribieron lo mismo.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara /Video42</p>	
I79	<p>Los estudiantes tratan de crear aportes en una Wiki, muchos copiaron los aportes desde la internet, esto hizo que sus aportes fueran todos correctos y no se hizo necesario entrar a hacer correcciones.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara /Video45 Min: 00:33</p>	<p>Lo que significa que el docente identifica que muchos estudiantes utilizan definiciones copiadas de la pagina Wikipedia de internet; en el aprendizaje autónomo se permite que esto suceda y que los estudiantes se apoyen en la red para buscar soluciones y mejorar su aprendizaje. Del Mastro (2003).</p>
I80	<p>En el siguiente foro los estudiantes proponen ideas de solución a la situación problema presentada al inicio del curso. Los estudiantes comparten el enlace de un documento en google drive con su propuesta de solución.</p> <p>Ver Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara /Video46 Min: 02:05</p>	<p>Lo que significa que el docente promueve una lluvia de ideas, las cuales se justifican dentro del método de aprendizaje basado en problemas. (Morales y Landa, 2004).</p>

I81	<p>En el siguiente bloque los estudiantes desarrollaran varias tareas, las cuales se deben enviar a través de la plataforma, entre estas tareas esta la de enviar problemas que se resuelven con teorema de Pitágoras.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /Video47 Min: 00:17</p>	<p>Lo que significa que el docente propone tareas como forma de fortalecer el aprendizaje, esto esta sustentada en la fase de Orientación Libre según Van Hiele los estudiantes deben utilizar el conocimiento anterior para realizar actividades. (Van Hiele, 1986).</p>
I82	<p>Las siguientes tres actividades son realizadas por el estudiante en la plataforma educativa GeoGebra, estas actividades son propuestas por el docente, con el fin de promover el aprendizaje del manejo de esta plataforma como ayuda pedagógica al proceso de enseñanza de los educandos.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /Video48 Min: 00:29</p>	<p>Lo que significa que el docente se apoya en el manejo de herramientas tecnológicas para verificar el aprendizaje, esto se sustenta en el modelo TPACK donde el docente debe tener manejo de las herramientas. (Punya Mishra y Matthew J. Koehler)</p>

I83	<p>Se propone una actividad en Excel, este material es elaborado por el docente, en esta actividad el estudiante solo debe verificar el cumplimiento de algunas identidades dando valores de ángulos de forma aleatoria. Algunos estudiantes tuvieron dudas en esta actividad y solicitaron orientación a través de el chat.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /Video49 Min: 03:53</p>	<p>Lo que significa que el docente se basa en el modelo TPACK para generar material didáctico, con el conocimiento de la herramienta tecnológica y de la plataforma moodle. (Punya Mishra y Matthew J. Koehler).</p>
I84	<p>Se propone que se realice el modelamiento de la situación problémica en la plataforma de aprendizaje llamada GeoGebra, la cual ayuda a facilitar la comprensión del problema.</p> <p>Ver Video: Carpeta Videos con cámara /Video50-Video 60</p>	<p>Lo que significa que el docente se apoya en la teoría de aprendizaje basado en problemas para definir el problema de forma gráfica. (Morales y Landa, 2004).</p>

Cierre		
N°	ANÁLISIS	INTERPRETACIÓN
I85	<p>Como actividades de Cierre se propone la fase de Integración.</p> <p>www.lqmatematicas.xyz</p>	Lo que significa que el docente se basa en las fases propuestas por Van Hiele para promover el paso de un nivel a otro por parte del estudiante. (VAN HIELE).
I86	<p>Los estudiantes realizan un examen final el cual tiene varias oportunidades para ser realizado, esto con el fin de que un estudiante pueda avanzar de nivel.</p> <p>www.lqmatematicas.xyz</p>	Lo que significa que el docente utiliza la definición de Van Hiele en el cual los estudiantes revisan y resumen en esta fase lo que han aprendido, con el objetivo de formarse una visión general del nuevo conjunto de objetos y relaciones construidas. (Van Hiele, 1986).
I87	<p>Se realiza una retroalimentación, la cual no estaba programada en la secuencia didáctica, en dicha retroalimentación se habla sobre algunos elementos que no fueron entregados correctamente a través de la plataforma.</p> <p>Video:</p> <p>Carpeta Videos con cámara /Video62-Video 63</p>	Lo que significa que el docente utiliza actividades de contingencia tal como se plantea por el modelo Knowledge Quartet (KQ) (Rowland et al., 2005), para el desarrollo de actividades educativas a través de medios tecnológicos.

I88	<p>Los estudiantes desde sus hogares hacen envío de la solución del problema, en esta actividad también se utilizan los roles que se crearon en momentos anteriores del curso, es por esto que estos problemas son enviados a los evaluadores para que ellos revisen y den valoraciones y seguidamente son enviados al docente quien dará una valoración final.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la teoría de aprendizaje Basado en problemas para dar solución final al problema y además la teoría de aprendizaje colaborativo en la creación de roles y en el cumplimiento de estos roles. (Morales y Landa, 2004). (Colvin y Mayer (2008).</p>
I89	<p>Se propone que los estudiantes como actividad de cierre expresen en un foro sus inquietudes sobre el curso, en este foro ellos revisaron si este curso si cumplió sus expectativas y si aportó al aprendizaje de las identidades trigonométrica pitagóricas.</p>	<p>Lo que significa que el docente propone una actividad basado en el aprendizaje autónomo el cual en su propuesta metodológica indica que los estudiantes se deben plantear metas de aprendizaje las cuales se deben evaluar también por ellos. Del Mastro (2003).</p>

ANEXO C: ANÁLISIS E INTERPRETACIONES (Después)

I90	Se cierra este curso entregando a los estudiantes los resultados valorativos de su desempeño durante todo el curso. www.Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente califica todas las actividades, esta valoración no solo es cuantitativa sino también cualitativa, se tiene en cuenta para su evaluación el SIE de la institución lo cual promueve el uso de actividades tanto conceptuales como procedimentales y actitudinales. La aprobación del curso depende del empeño que cada estudiante haya puesto a las diferentes actividades y esto se sustenta en el aprendizaje autónomo. Del Mastro (2003).
I91	El 100% de los estudiantes matriculados en este curso culminaron el curso con una valoración de Desempeño alto. www.Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente entrega una valoración a cada una de las actividades obteniendo una valoración final máxima de 100 puntos y la totalidad de estos estudiantes obtienen un puntaje mayor de 75 puntos el cual en la escala valorativa de nuestra institución es un desempeño alto. Por lo anterior se sustenta que los estudiantes pusieron el empeño a las actividades, esto se sustenta con el aprendizaje autónomo. Del Mastro (2003).
I92	Los estudiantes participantes en este curso son promovidos al siguiente nivel y se matriculan junto con los estudiantes que en el diagnostico quedaron en el nivel de Análisis. Lqmatematicas.xyz	Lo que significa que el docente promueve estos estudiantes e inicia nuevamente el proceso de la secuencia didáctica, según el modelo de Van Hiele estas fases ayudan para que un estudiante pase de una fase a la otra. (Van Hiele, 1986).

I93	<p>Se analizan los comentarios de los estudiantes en el foro final del curso, teniendo como resultados que todos los participantes quedaron satisfechos y cumplieron con las expectativas, además de que los estudiantes expresaron también lo que aprendieron.</p> <p>Lqmatematicas.xyz</p>	<p>Lo que significa que el docente evalúa y mejora los cursos siguientes basados en los aprendizajes o dificultades que los estudiantes expresaron en dicho foro.</p> <p>La metodología TPACK permite que las herramientas se vayan mejorando conforme a las necesidades de los educandos. (Punya Mishra y Matthew J. Koehler).</p>
-----	--	---